

Olimpiada de matematică-Etapa locală
Craiova, 9 februarie 2013
Clasa a VIII-a
Barem

Problema 1.

Oficiu	1p
$\frac{1}{\sqrt{10x+y}-1} = \frac{10x+y}{100}$	1p
$z = \sqrt{10x+y}, \frac{1}{z-1} = \frac{z^2}{100}$	1p
$z^3 - z^2 - 100 = (z-5)(z^2 + 4z + 20)$	2p
$z^2 + 4z + 20 > 0$ pentru orice z număr real	2p
$\sqrt{10x+y} = 5$	1p
$10x+y = 25$	1p
$\overline{xy} = 25$	1p

Problema 2.

Oficiu	1p
$\{O\} = AC \cap BD, \triangle AQO \equiv \triangle CNO$	1p
$\widehat{QOA} \equiv \widehat{ROC}$ și Q, O, A coplanare, deci Q, O, R coliniare	2p
$\{O\} = QR \cap DB$	1p
B, R, Q, D sunt coplanare	1p
$PM \parallel DB$	1p
$DB \perp QR$, deci $PM \perp QR$	2p
$m(\widehat{MP, RQ}) = 90^\circ$	1p

Problema 3.

Oficiu	1p
$9a^2 - 6a + 9b^2 - 42b + 46 = 0$	1p
$(3a-1)^2 + (3b-7)^2 = 4$	2p
$(3a-1)^2 \leq 4$ și $(3b-7)^2 \leq 4$	2p
$-2 \leq 3a-1 \leq 2$ și $-2 \leq 3b-7 \leq 2$	1,50p
$-4 \leq 3a+3b-8 \leq 4$	1,50p
$4 \leq 3(a+b) \leq 12$; se împarte la 3	1p

Problema 4.

Oficiu	1p
$E \in BA, CE \perp BA, BE \perp ED$	1p
$[BE] \equiv [EC] \equiv [ED]$	2p
$\triangle BEC \equiv \triangle CED$	2p
$m(\widehat{CED}) = m(\widehat{BEC}) = 90^\circ$	2p
$CE \perp (BAD)$	1p
$(ABC) \perp (ABD)$	1p