

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**Faza locală-15.02.2014****Clasa a IX-a**

- 1) Arătați că o progresie aritmetică de numere reale cu primul termen irațional are cel mult un termen rațional.

(GM 6-7-8/2013)

- 2) Pentru fiecare număr natural $n \geq 2$, se consideră suma $S_n = \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

a) Demonstrați că $S_n = \frac{n-1}{3(2n+1)}$, pentru orice număr natural $n \geq 2$.

b) Determinați valorile numărului natural $n \geq 2$, pentru care $\{S_n\} \in \left[\frac{1}{15}; \frac{1}{7}\right]$, unde

$\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real x .

(***)

- 3) Fie $ABCD$ un patrulater oarecare și E și F mijloacele diagonalelor $[AC]$, respectiv $[BD]$.

Demonstrați că $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{EF}$.

(***)

- 4) Se consideră patrulaterul convex $ABCD$, punctele M, N astfel încât $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{BN} = k\overrightarrow{NC}$, $k > 0$, iar punctele P, Q și R mijloacele segmentelor $[AB]$, $[CD]$, respectiv $[MN]$.

a) Demonstrați că punctele P, Q și R sunt coliniare.

b) Determinați valoarea numărului real $k > 0$ astfel încât patrulaterul $MPNQ$ să fie paralelogram.

(***)

Propunător: prof. Emil Dănuț Popoiu – C.N. “Unirea”- Focșani**SUCCES!****NOTĂ:**

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.