

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16 FEBRUARIE 2019
CLASA a V-a – BAREM

Subiectul 1. Determinați termenul necunoscut:

$$7^3 - 3^4 + \left\{ 2019^0 \cdot 3 + 2^5 + 7^1 \cdot \left[2 \cdot 6^3 - 2^4 \cdot (10^3 + 2^3) : x \cdot 31 \right] \right\} = 2020 \cdot 2019 - 2019^2.$$

Rezolvare: Calculul puterilor din exercitiu

...2p.

Calculul membrului drept

...1p.

$$343 - 81 + \{1 \cdot 3 + 32 + 7 \cdot [2 \cdot 216 - 16 \cdot (1000 + 8) : x \cdot 31]\} = 2019$$

$$3+32+7\cdot(432-16\cdot1008:x\cdot31)=2019-343+81$$

...1p.

$$7 \cdot (432 - 16 \cdot 1008 : x \cdot 31) = 1757 - 3 - 32$$

$$432-16128:x\cdot 31=246$$

...1p.

$$16128 : x \cdot 31 = 186$$

$$16128 : x = 6 \text{ deci } x = 16128 : 6 = 2688$$

...2p.

Subiectul 2. Considerăm numerele naturale n care împărțite la 9 dau câtul $\overline{ab}$ și restul $a+b$, unde a și b sunt cifre nenule.

a. Aflati câte astfel de numere n există.

b. Aflați numerele n pentru care câtul împărțirii $(\overline{ab})$ este pătratul unui număr natural.

Rezolvare: a. $n = 9 \cdot \overline{ab} + a + b$ și $a + b < 9$

...2p.

Pentru a afla câte astfel de numere există, trebuie să vedem câte perechi de cifre (a,b) cu suma $a+b < 9$ există. Pentru $a=1$, b poate lua 7 valori; pentru $a=2$, b poate lua 6 valori; pentru $a=3$, b poate lua 5 valori, ... Deci în total sunt $1+2+3+4+5+6+7=28$ astfel de numere. **...2p.**

...2p.

b. Dacă $\overline{ab}$ este pătrat perfect și $a + b < 9$ și cum pătratele perfecte de 2 cifre sunt: 16, 25, 36, 49, 64, 81, cele care verifică relațiile sunt: 16 și 25. ...2p.

...2p.

Numerele sunt: 151 și 232.

...1p.

Subiectul 3. Victor vrea să participe la un concurs „Chefi la cuțite”. Pentru aceasta se pregătește învățând tot felul de rețete. De exemplu, pentru un tort cu nuci și ciocolată el știe că are nevoie de miez de nucă, ciocolată de menaj și zahăr astfel:

- ✓ cantitatea de zahăr este cu 25 de grame mai mare decât cantitatea de ciocolată,
- ✓ cantitatea de miez de nucă este de trei ori și jumătate mai mică decât cantitatea de ciocolată de menaj,
- ✓ cantitatea totală a celor trei ingrediente este un număr de grame care este cel mai mic multiplu nenul, divizibil cu 15, al celui mai mic număr prim de două cifre consecutive.

Aflați cantitățile necesare pentru fiecare dintre cele trei ingrediente ale tortului.

Rezolvare: Cantitatea totală este $15 \cdot 23 = 345$ grame

...1p.

nucă $\text{+} \text{---} \text{+}$

ciocolată $\begin{array}{c} + \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ \hline + \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ \hline + \end{array}$

...2p.

zahăr +25g

7 segmente egale și două jumătăți formează 8 segmente egale

...1p.

$(345-25):8=40$ g (un segment)

...1p.

nucă=40g; ciocolată=140g; zahăr=165g

...2p.

Subiectul 4. La o librărie s-au adus 43 de truse cu două, trei și, respectiv patru creioane, în total 127 creioane. Știind că numărul truselor cu 3 creioane este de trei ori mai mare decât al celor cu 2 creioane, aflați numărul truselor de fiecare fel.

Rezolvare: Presupunem că toate cele 43 de truse sunt cu 4 creioane $\Rightarrow 43 \cdot 4 = 172$ creioane

$172-127=45$ (creioane ar fi mai multe).

...1p.

La un grup de 3 truse cu 3 creioane și o trusă cu 2 creioane s-au adăugat, conform presupunerii,

$(4-3) \cdot 3 + (4-2) \cdot 1 = 5$ creioane.

...2p.

Avem $45:5=9$ grupe.

...1p.

Atunci sunt:

$9 \cdot 1 = 9$ truse cu 2 creioane

$9 \cdot 3 = 27$ truse cu 3 creioane

$43-(9+27)=7$ truse cu 4 creioane.

...3p