
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 24.02.2019 –

CLASA A IX-A

Subiecte

1. Arătați că, pentru orice n număr natural nenul, numărul $2^{2n-1} - (-2)^{n-1} - 1$ se divide cu 9.

Gazeta matematică, nr.9/2018

2. Dacă $a, b, c > 0$, demonstrați că:

$$\frac{1}{abc + ab + ac} + \frac{1}{abc + ac + bc} + \frac{1}{abc + ab + bc} \leq \frac{6 + a^2 + b^2 + c^2}{9abc}$$

Prof. Coman Vasile, Valenii de Munte

3. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\left[\frac{x+1}{2} \right] + \left[\frac{3x-1}{4} \right] = x$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a .

Prof. Militaru Claudiu, Ploiești

4. Se consideră paralelogramul $ABCD$, $AC \cap BD = \{O\}$. Fie $E \in (AB)$ astfel încât

$AE = k \cdot EB$, $k > 0$, și G_1, G_2, G_3, G centrele de greutate ale triunghiurilor ADE , CDE , ECB respectiv $G_1G_2G_3$. Demonstrați că $G \in (AC) \cup (BD) - \{O\} \Leftrightarrow k \in \left\{ 2, \frac{1}{2} \right\}$.

Prof. Militaru Claudiu, Ploiești