OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
2 februarie 2020
CLASA a VII-a

1. **a) (2p)** Scrieți numărul $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ ca o diferență de doi radicali simpli.

   b) (5p) Rezolvați ecuația $x-\left[\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{\sqrt{2}}\right]=\frac{x}{2}$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a.

2. Se consideră șirul de numere reale $\sqrt{23}, \sqrt{56}, \sqrt{89}, \sqrt{1112}, ..., \sqrt{20182019}, ...$

   a) **(3p)** Determinați al câtelea termen este $\sqrt{20182019}$. Scrieți al 2020-lea termen.

   b) **(4p)** Demonstrați că orice termen al șirului este un număr irațional.

3. **(7p)** Fie AB un diametru al cercului $\mathcal{C}$(O, r). Prin punctul P, mijlocul segmentului OA, construim perpendiculara pe AB care intersectează cercul în punctele C și D. Tangenta în C la cerc intersectează dreapta AB în M. Arătați că A este mijlocul segmentului OM.

4. În paralelogramul ABCD, M este mijlocul laturii AB, $CM \cap AD = \{N\}$, $NB \cap CD = \{P\}$ și $CM \cap BD = \{Q\}$.

   a) (4p) Demonstrați că ACPN este trapez și calculați raportul dintre aria trapezului ACPN și aria paralelogramului ABCD.

   b) (3p) Demonstrați că punctele A, Q și P sunt coliniare.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 3 ore.