

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16 FEBRUARIE 2019
CLASA A V-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. Arătați că nu există numere naturale x și y astfel încât $x^2 - 5y^2 = 2018$.

Gazeta Matematică

Soluție:

$u(x^2)$ poate fi 0,1,4,5,6,9.....1p

$u(y^2)$ poate fi 0,1,4,5,6,9 $\Rightarrow u(5y^2)$ poate fi 0 sau 5.....1p

Pentru $u(5y^2) = 0 \Rightarrow u(x^2) - u(5y^2) \neq u(2018) = 8$ 2p

Pentru $u(5y^2) = 5 \Rightarrow u(x^2) - u(5y^2) \neq u(2018) = 8$ 2p

$\Rightarrow$ nu există numere naturale x și y astfel încât $x^2 - 5y^2 = 2018$1p

2. Peste doi ani, tatăl va fi de 3 ori mai în vârstă decât fiul său. Cu doi ani în urmă, tatăl era mai în vârstă cu 28 de ani decât fiul. Determinați vârsta tatălui și vârsta fiului în prezent.

Manual Matematică, clasa a V-a

Soluție:

Vârsta tatălui = $3p$ și vârsta fiului = p 1p

Diferența de vârstă va fi peste 2 ani tot de 28 de ani.....1p

$3p - p = 28 \Rightarrow p = 14$ 2p

În prezent fiul are: $14 - 2 = 12$ ani.....1p

În prezent tatăl are: $3 \cdot 14 - 2 = 40$ ani.....2p

3. Determinați numerele naturale a, b, c știind că a este număr prim, $a + b + c = 103$ și $b + 5c = 149$.

Mihaela Baltă, Brăila

Soluție:

$$\text{Din } a + b + c = 103 \Rightarrow 5a + 5b + 5c = 515 \Rightarrow 5a + 4b + 149 = 515 \Rightarrow 5a + 4b = 366 \dots\dots\dots 2p$$

Deoarece $4a : 2$ și $366 : 2$ rezultă că $5a : 2$

Cum a este număr prim, obținem că $a = 2 \dots\dots\dots 2p$

$$\text{Din } 2 + b + c = 103 \text{ și } b + 5c = 149 \Rightarrow 4c = 48 \Rightarrow c = 12 \text{ și } b = 89 \dots\dots\dots 3p$$

4. Determinați numerele naturale de forma $\overline{ab}$ știind că $4 + 5 + 6 + \dots + \overline{ab} = 5 \cdot \overline{ab} - 1$.

Adelina Ion, Brăila

Soluție:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + \overline{ab} = 5 \cdot \overline{ab} + 1 + 2 + 3 - 1 \dots\dots\dots 2p$$

$$(1 + \overline{ab}) \cdot \overline{ab} : 2 = 5 \cdot \overline{ab} + 5 \dots\dots\dots 2p$$

$$(1 + \overline{ab}) \cdot \overline{ab} : 2 = 5 \cdot (\overline{ab} + 1) \Rightarrow \overline{ab} : 2 = 5 \Rightarrow \overline{ab} = 10 \dots\dots\dots 3p$$