OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ-15.02.2014
CLASA VI

Subiectul I

1.Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor $a = 3^{n+1} \cdot 7^n + 4$ și $b = 3^n \cdot 7^{n+1} + 6$,unde n este un număr natural.

Gazeta Matematică 11/2012

2. a)Demonstrați că dacă p este număr prim, $p > 5$ atunci u$(p^4) = 1$.
(Se notează cu u(n)ultima cifră a numărului natural n).
b)Arătați că nu există numere prime p , $p > 5$ astfel încât să avem că $p^8 + p^4 + p = \underbrace{\overline{1717 \cdots 17}}_{2014\, cifre}$

Prof.Buzescu Antoanela

Subiectul II

Câte numere naturale cel mult egale cu 2014 sunt divizibile cu 19 şi au exact 8 divizori?

Prof.Pîrvu Camelia

Subiectul III

Segmentul $[AB]$ are lungimea egală cu 55. Punctele $M_1, M_2, \dots, M_9$ împart segmentul $[AB]$ în 10 segmente $[AM_1]$, $[M_1M_2]$, … $[M_9B]$ ale căror lungimi sunt egale cu numere naturale nenule distincte.

a)Arătați că există puncte $M_1, M_2, \dots, M_9$cu proprietatea din enunț.

b)Să se arate că mijlocul lui $[AB]$ nu coincide cu niciunul din punctele $M_1, M_2, \dots, M_9$.

Prelucrare concurs „Jose Marti”

Subiectul IV

Bisectoarele unghiurilor adiacente$\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ formează un unghi cu măsura de$10°$.

a)Arătați că $80° < 5m(\sphericalangle AOB) + 4m(\sphericalangle BOC) < 100°$

b)Dacă $5m(\sphericalangle AOB) + 4m(\sphericalangle BOC) = 90°$arătați că $[OB$ este bisectoarea $\sphericalangle AOC$.

(***)

NOTĂ:Timp de lucru 2 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.