

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

27 ianuarie 2018

BAREM

CLASA A IX-A

(3 ore/săptămână)

1.)	Din oficiu	1p
a)	$\sqrt{5}, \sqrt{5^2}, \sqrt{5^3}, \dots, \sqrt{5^n}$ sunt termenii unei progresii geometrice cu primul termen $b_1 = \sqrt{5}$ și rația $q = \sqrt{5}$	1p
	Avem $\sqrt{5} + \sqrt{5^2} + \sqrt{5^3} + \dots + \sqrt{5^n} = \sqrt{5} \frac{(\sqrt{5})^n - 1}{\sqrt{5} - 1} = \frac{\sqrt{5}((\sqrt{5})^n - 1)(\sqrt{5} + 1)}{5 - 1} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{5^2})(\sqrt{5^n} - 1)}{4}$	2p
	Egalitatea devine $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{5^2})(\sqrt{5^n} - 1)}{4} = 31(\sqrt{5} + \sqrt{5^2}) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{5^n} - 1}{4} = 31 \Leftrightarrow \sqrt{5^n} = 125$	1p
	Avem $\sqrt{5^n} = 5^3$ de unde prin ridicare la pătrat obținem $5^n = 5^6 \Rightarrow n = 6$	1p
b)	Aplicăm inegalitatea mediilor: $\sqrt{ab + ac} = \sqrt{a(b + c)} \leq \frac{a + b + c}{2} = 1009$	1p
	$\sqrt{ab + bc} = \sqrt{b(a + c)} \leq \frac{a + b + c}{2} = 1009$	1p
	$\sqrt{bc + ac} = \sqrt{c(b + a)} \leq \frac{a + b + c}{2} = 1009$	1p
	Prin însumarea relațiilor de mai sus, se obține $\sqrt{ab + ac} + \sqrt{ab + bc} + \sqrt{ac + bc} \leq 1009 + 1009 + 1009 = 3027$	1p
2.)	Din oficiu	1p
a)	Pentru $x = -1 \Rightarrow mf(-2) + nf(1) = 3$	1p
	Pentru $x = 2 \Rightarrow mf(1) + mf(-2) = 5$	1p
	Cum $f(-2) = 5$ și $f(1) = 1$, se obține sistemul $\begin{cases} 5m + n = 3 \\ m + 5n = 5 \end{cases}$ cu soluțiile: $m = \frac{5}{12}, \text{ și } n = \frac{11}{12}$	2p
b)	$ x - 2 - 11 \leq 5$	1p
	$ x - 2 - 11 \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq x - 2 - 11 \leq 5 \Leftrightarrow 6 \leq x - 2 \leq 16$ (1)	1p
	Din $ x - 2 \leq 16$ obținem $x \in [-14, 18]$ $x \in [-14, 18]$ (2)	1p
	Din $ x - 2 \geq 6$ obținem $x \in (-\infty, -4] \cup [8, +\infty)$ (3)	1p
	Din (1), (2) și (3) rezultă $x \in \{(-\infty, -4] \cup [8, +\infty)\} \cap [-14, 18] = [-14, -4] \cup [8, 18]$	1p

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN COVASNA

3.)	Din oficiu	1p
	Începem să stabilim ordinea finală de la K, el fiind ultimul concurent a obținut locul 6 final, I fiind penultimul concurent a obținut locul 3 final	1p
	H a obținut locul 3 când a sărit dar a fost depășit de I, obținând astfel locul final 4	1p
	Prin același raționament se obține următoarea ordine finală G-1, F-2, I-3, H-4, C-5, K-6, A-7, B-8, E-9, D-10	
	Câte un punct pentru fiecare clasare corectă a concurenților A, B, C, D, E, F, G	7p

4.)	Din oficiu	1p
	D, N, B coliniare dacă $\overrightarrow{DN} = \lambda \overrightarrow{DB}$	1P
	$\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MN}$	1P
	$\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{MN} + \frac{1}{k} \overrightarrow{MN} = \frac{k+1}{k} \overrightarrow{MN}$	3P
	$\overrightarrow{DN} = k \overrightarrow{DC} + \frac{k}{k+1} \overrightarrow{MA} = k \overrightarrow{DC} + \frac{k}{k+1} (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA})$	2P
	$\overrightarrow{DN} = k \overrightarrow{DC} + \frac{k}{k+1} (-k \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA}) = \frac{k}{k+1} (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA}) = \frac{k}{k+1} \overrightarrow{DB}, \quad \lambda = \frac{k}{k+1}$	2p