

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 01.02.2020
Clasa a IX-a

1. (7p) Determinați numerele naturale x cu proprietatea $1 + 8 + 15 + 22 + \dots + x = 7291$.

2. Se consideră șirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ definit prin $x_1 = \frac{1}{4}$ și $\sqrt{x_{n+1}} + \sqrt{x_n} = \frac{2}{n^2 + 2n}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

a) (4p) Determinați termenul general x_n .

b) (3p) Arătați că $\sum_{k=1}^n (2k+1)x_k < 1$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

3. (7p) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația

$$\left\{ \frac{2x+1}{6} \right\} + \left\{ \frac{x+5}{3} \right\} = \frac{x+6}{4},$$

unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real a .

4. Se consideră în plan punctele necoliniare A, B, C , astfel încât $AC = 3AB$ și punctul D pe segmentul $[AC]$, astfel încât $AD = AB$. Demonstrați că:

a) (4p) $|\overline{BC}| = |3\overline{BA} + \overline{AD}|$;

b) (3p) $BC \geq 2BD$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.