OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală, 19 februarie 2017
Clasa aX-a
Barem de evaluare şi notare

SUBIECTUL I (7p)

Să se arate că toate soluțiile ecuației $(2017x+i)^{10}+(2017x-i)^{10}=0$ sunt numere reale.

- **Soluție:**
- Fie z o soluție a ecuației. $\Rightarrow (2017z+i)^{10}=-(2017x-i)^{10}$ 1p;
- $|2017z+i|=|2017z-i|$..2p;
- Punctul de afix 2017z este egal depărtat de punctele de afixe $\pm i$....................2p;
- Toate punctele aparțin axei reale..2p.

SUBIECTUL II (7p)

Să se demonstreze că $\sqrt{lg2ln2}+\sqrt{lg3ln3}<\sqrt{lg7ln7}$.

(Gazeta Matematică)

- **Soluție:**

$ln2+ln3=ln6<ln7$..1p
$lg2+lg3=ln6<ln7$..1p
$(ln2+ln3)(lg2+lg3)<ln7lg7$...1p
Dem. inegalității $\sqrt{lg2ln2}+\sqrt{lg3ln3}\le\sqrt{(ln2+ln3)(lg2+lg3)}$.........4p

SUBIECTUL III (7p)

Fie $ABCD$ un paralelogram și M un punct din planul său. Arătați că
$$MA\cdot MC+MB\cdot MD\ge AB\cdot BC$$

- **Soluție:**

Fie a,b,c,d și z afixele punctelor A,B,C,D respectiv M.
$ABCD$ paralelogram $\Rightarrow a+c=b+d$...1p
$(a-b)(b-c)=(z-b)(z-d)-(z-a)(z-c)$..........................3p
$AB\cdot BC=|(a-b)(b-c)|=|(z-b)(z-d)-(z-a)(z-c)|$..........1p
$AB\cdot BC\le|(z-b)(z-d)|+|(z-a)(z-c)|=MA\cdot MC+MB\cdot MD$....2p

SUBIECTUL IV (7p)

Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $8-x\cdot2^x+2^{3-x}-x=0$

- **Soluție:**

Notăm $2^x=y$ și obținem ecuația $xy^2+xy-8y-8=0$..................2p.
$(y+1)(xy-8)=0$..1p.
Deoarece $y=2^x\Rightarrow y\neq-1\Rightarrow xy=8$.......................................2p
Rezolvarea ecuației $x2^x=8$...2p