



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 21.02.2016

Clasa a XI-a

SUBIECTUL 1

Fie $A, B \in M_n(C)$ simetrice și $C = AB - BA$. Să se arate că:

- Pentru $n = 2k + 1$, $\det C = 0$, unde $k \in \mathbb{N}$.
- Dacă $P(x) = \det(C + xI_n)$, atunci are loc relația: $P(x) = (-1)^n P(-x)$,
(o matrice egală cu transpusa sa se numește matrice simetrică)

prof. Adriana Gurgui

SUBIECTUL 2

Fie $A, B \in M_2(R)$ cu proprietatea că $\text{Tr}(A^2 B^2) = (\text{Tr}(AB))^2$. Să se arate că
 $\det(AB - BA) = 2 \cdot \det A \cdot \det B$. (S-a notat cu $\text{Tr}(X)$ urma matricei X)

prof. Cătălin Zîrnă

SUBIECTUL 3

Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left\{ \sqrt{n^2 + 1} \right\} + \left\{ \sqrt{n^2 - 1} \right\} \right)^n$, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului $x \in \mathbb{R}$.

prof. Alexandru Cărnaru

SUBIECTUL 4

Fie șirul de numere reale $(x_n)_{n \geq 1}$, dat prin $x_1 = \alpha$, cu $\alpha \in \mathbb{R}^*$, $\alpha \neq 2$ și $x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 2x_n + 2}{x_n^2 + 1}$, $(\forall) n \geq 1$. Să se calculeze:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - 1)^n$.

prof. Dorin Arventiev

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.