



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Barem -ETAPA LOCALĂ

24 . 02 . 2019 , CLASA A VI A

PROBLEMA 1

$$a = 2^{n+14} : (2^7)^2 + 5^{2n} : 25^n = 2^n \cdot 2^{14} : 2^{14} + 5^{2n} : 5^{2n} = 2^n + 1 \quad 2p$$

$$b = \frac{25 \cdot 10^n + 22^n \cdot 11}{11^{n+1} + 5^{n+2}} = \frac{2^n(5^n \cdot 5^2 + 11^n \cdot 11)}{11^{n+1} + 5^{n+2}} = 2^n \quad 2p$$

$$c = 2^{n+2} - 2^{n+1} - 2^n - 1 = 2^n \cdot 2^2 - 2^n \cdot 2 - 2^n - 1 = 2^n(4 - 2 - 1) - 1 = 2^n - 1 \quad 2p$$

$$\frac{a+c}{2} = \frac{2^n + 1 + 2^n - 1}{2} = \frac{2 \cdot 2^n}{2} = 2^n = b \quad 1p$$

Total 7p

PROBLEMA 2

a) Notăm numărul cu „a „

$$a + \frac{xa}{100} - \frac{x}{100} \left(a + \frac{xa}{100} \right) = a - \frac{4a}{100} \quad 1p$$

$$a + \frac{xa}{100} - \frac{x}{100} \left(a + \frac{xa}{100} \right) = a - \frac{4a}{100} \Rightarrow a + \frac{xa}{100} - \frac{xa}{100} - \frac{x^2a}{10000} = a - \frac{4a}{100} \quad 1p$$

$$a - \frac{x^2a}{10000} = a - \frac{4a}{100} \Rightarrow \frac{x^2a}{10000} = \frac{4a}{100} \Rightarrow x^2 = 400 \Rightarrow x = 20\% \quad 1p$$

b) Notăm cel mai mic număr nenul , care are această proprietate cu „ n „

$$n = 24 \cdot x + 4 , n = 40 \cdot y + 4 , n = 56 \cdot z + 4 \quad 1p$$

$$n - 4 = 24 \cdot x , n - 4 = 40 \cdot y , n - 4 = 56 \cdot z \quad 1p$$

$$(n - 4) : [24, 40, 56] \Rightarrow (n - 4) : 840 \quad 1p$$

$$n \text{ cel mai mic cu această proprietate} \Rightarrow n - 4 = 840 \Rightarrow n = 844 \quad 1p$$

Total 7p

PROBLEMA 3

a) Notăm măsura unghiului $m(\angle DOA) = x$

Din enunț rezultă : $m(\angle COD) = x + 50^\circ , m(\angle BOC) = 180^\circ - (x + 50^\circ) = 130^\circ - x$
 $m(\angle AOB) = 2 \cdot (130^\circ - x) = 260^\circ - 2x \quad 3p$

$$260^\circ - 2x + 130^\circ - x + x + 50^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 80^\circ \Rightarrow m(\angle AOB) = 100^\circ \quad 2p$$

b) Fie $(OM$ și $(ON$ bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$ și respectiv $\angle DOA$.

$$m(\angle MON) = \frac{m(\angle AOB)}{2} + \frac{m(\angle AOD)}{2} = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ \Rightarrow OM \perp ON \quad 2p$$

PROBLEMA 4

$$AB = 2^{n+1}, M \text{ mijlocul său} \Rightarrow MB = 2^{n+1} : 2 = 2^n \quad 1p$$

$$BC = 2^{n+2}, N \text{ mijlocul său} \Rightarrow NB = 2^{n+2} : 2 = 2^{n+1} \quad 1p$$

$$MN = MB + NB = 2^n + 2^{n+1} = 2^n(1 + 2) = 3 \cdot 2^n \quad 1p$$

$$AC = AB + BC = 2^{n+1} + 2^{n+2} = 2^n(2 + 4) = 6 \cdot 2^n , P \text{ mijlocul său} \Rightarrow PC = 6 \cdot 2^n : 2 = 3 \cdot 2^n \quad 1p$$

$$PN = PC - NC = 3 \cdot 2^n - 2^{n+1} = 2^n \cdot (3 - 2) = 2^n \quad 1p$$

$$2 \cdot (MN + PN) = 2 \cdot (3 \cdot 2^n + 2^n) = 2 \cdot 2^n \cdot 2^2 = 2^{n+3} \quad 2p$$

Total 7p