

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - CLASA A IX-A

Subiecte

SUBIECTUL 1. Determinați numerele reale $a, b, c \in (0, \infty)$ știind că:

$$\frac{(a+b^2)^4}{a^2+b^4} + \frac{(b+c^2)^4}{b^2+c^4} + \frac{(c+a^2)^4}{c^2+a^4} = 8(ab^2 + bc^2 + ca^2).$$

Supliment Gazeta Matematică nr.9/2023

SUBIECTUL 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale sistemul de ecuații

$$\begin{cases} y^{2022} = \frac{2x^3 - 2x^2 + 2x}{x^4 + 1} \\ y^{-2024} = \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} \end{cases}$$

Prof. George-Florin Șerban, Brăila

SUBIECTUL 3. Considerăm patrulaterul $ABCD$. Fie punctele

$M \in (AB), N \in (BC), P \in (CD), Q \in (DA)$ astfel încât $\frac{MA}{MB} = \frac{NB}{NC} = \frac{PC}{PD} = \frac{QD}{QA} = k$ și punctele

$R \in (MN), S \in (NP), T \in (PQ), U \in (QM)$ astfel încât $\frac{RM}{RN} = \frac{SN}{SP} = \frac{TP}{TQ} = \frac{UQ}{UM} = l$, unde

$k, l \in (0, +\infty) \setminus \{1\}$. Să se arate că dacă $RSTU$ este paralelogram, atunci $ABCD$ este paralelogram.

Prof. Marian Ciorăscu, Brăila

SUBIECTUL 4. Aflați toate numerele $\overline{abcd}$ care verifică egalitatea

$$\sqrt{(b+d)^2 - a^2 + 4c - 4} + 2(b^2 + d^2) + c^2 - 4a + 4 = 0.$$

Prof. George-Florin Șerban, Brăila