

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ****ETAPA LOCALĂ – 25 FEBRUARIE 2023****Clasa a VIII-a**

Problema 1. a) Aflați numerele raționale a, b astfel încât $a(\sqrt{2}+1) - b(\sqrt{2}-1) = \sqrt{2}$.

b) Pentru $a, b, c \in \mathbb{Q}$, astfel încât $ab + bc + ca = 2023$, să se arate că

$$\sqrt{(2023+a^2)(2023+b^2)(2023+c^2)} \in \mathbb{Q}$$

Problema 2. Determinați intervalul $(a, b) \subset \mathbb{R}$ știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

a) $(a, b) \cap \mathbb{Z} = \emptyset$

b) $|b - a - 1| = a^2 + b^2 - 3b + \frac{9}{4}$.

Problema 3. Pe planul triunghiului ABC cu $\angle A = 90^\circ$, $BC = 12\text{cm}$ și $\angle B = 60^\circ$, se construiește perpendiculara VA , cu $VA = 3\text{cm}$. Determinați:

a) $d(V, BC)$

b) lungimea segmentului BN , $N \in VB$ astfel încât aria triunghiului CAN să fie minimă.

Problema 4. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic. Prin punctul C se duce un plan α paralel cu planul $(A'BD)$, care intersectează pe $C'D$ și $C'B$ în punctele M , respectiv N .

a) Aflați raportul dintre aria triunghiului CMN și aria triunghiului $A'BD$.

b) Arătați că punctele C, E, A' sunt coliniare, unde $\{E\} = BM \cap DN$.

G. M. nr.6-7-8/2022

Succes !

Baremul de notare:

Problema 1. a)3p; b)4p **Problema 2.** 7p **Problema 3.** a) 3p; b) 4p **Problema 4.** a) 3p; b) 4p