

OLIMPADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

27 ianuarie 2018

CLASA A VII-A

- 1.) a) Determinați valoarea lui $n \in \mathbb{N}$ pentru care avem

$$\sqrt{\frac{1}{1 \cdot 8} + \frac{1}{2 \cdot 12} + \dots + \frac{1}{n(4n+4)}} = \frac{3\sqrt{10}}{19}.$$

- b) Rezolvați ecuația $5xy + 11z = 55$ unde $x, y, z \in \mathbb{N}$

- 2.) O sumă de bani a fost împărțită între trei frați. Cel mai mare a primit 34% din sumă, iar cel mijlociu și cel mai mic au primit sume direct proporționale cu numerele 4 și 7. Diferența sumelor primite de cel mai mare și de cel mijlociu este 24 lei. Câți lei a primit fiecare dintre frați?

- 3.) În trapezul isoscel $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AE \perp BC$, $E \in (BC)$, $BD \cap AE = \{T\}$. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB și CD , $A_{ABD} = A_{ABE}$ și $[AE] \equiv [AD]$.

Demonstrați că:

- a) M , T și N sunt puncte coliniare,
- b) $AB \parallel DE$,
- c) $A_{DEC} = A_{ABED}$.

- 4.) În paralelogramul $ABCD$ se notează $\{O\} = (AC) \cap (BD)$, M și N picioarele perpendicularelor duse din O pe (AB) , respectiv (AD) . Fie $P \in (OC)$ astfel încât $(PM) \equiv (PN)$, și R mijlocul segmentului (AO) . Dacă $(MN) \equiv (OC)$ demonstrați că:

- a) punctele R , M , N sunt coliniare;
- b) $ABCD$ este pătrat.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore