



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 11.02.2023

Clasa a V-a - BAREM

Problema 1

Comparați numerele: $x = (8^5 + 25^3 - 7^{35} : 7^{20}) : (2^{15} - 7^{15} + 5^6) \cdot 3^{26}$ și
 $y = 2^{101} : [(5^{171} : 5^{170} - 3)^{98} + 2^{105} : (2^3 \cdot 2^4) + (2^{11})^9] \cdot 2^{38}$

Barem:

$$x = (2^{15} + 5^6 - 7^{15}) : (2^{15} - 7^{15} + 5^6) \cdot 3^{26} \dots\dots\dots 1p$$

$$= 1 \cdot 3^{26} = 3^{26} \dots\dots\dots 2p$$

$$y = 2^{101} : [(5^1 - 3)^{98} + 2^{105} : 2^7 + 2^{99}] \cdot 2^{38} \dots\dots\dots 1p$$

$$= 2^{101} : 2^{100} \cdot 2^{38} = 2^{39} \dots\dots\dots 2p$$

$$x = 9^{13} > 8^{13} = y \dots\dots\dots 1p$$

Problema 2

a) Arătați că nu există niciun număr natural care împărțit la 8 să dea restul 4 și împărțit la 6 să dea restul 5.

b) Scrieți numărul 7^{2022} ca sumă de 7 numere naturale consecutive.

(Supliment Gazeta Matematică Nr. 10/2022)

Barem:

a) $n : 8 = a$, rest 4

$$n : 6 = b$$
, rest 5..... 1p

Conform teoremei împărțirii cu rest $\Rightarrow n = 8a + 4$ (1)

$$n = 6b + 5$$
 (2) 1p

Din relația (1) rezultă că n este par, iar din relația (2) rezultă că n este impar $\Rightarrow$ nu există un număr natural care să verifice condițiile problemei 1p

b) Notăm cele 7 numere consecutive cu $a-3$, $a-2$, $a-1$, a , $a+1$, $a+2$ și respectiv $a+3$.

Vom avea: $a-3+a-2+a-1+a+a+1+a+2+a+3 = 7^{2022}$ 1p

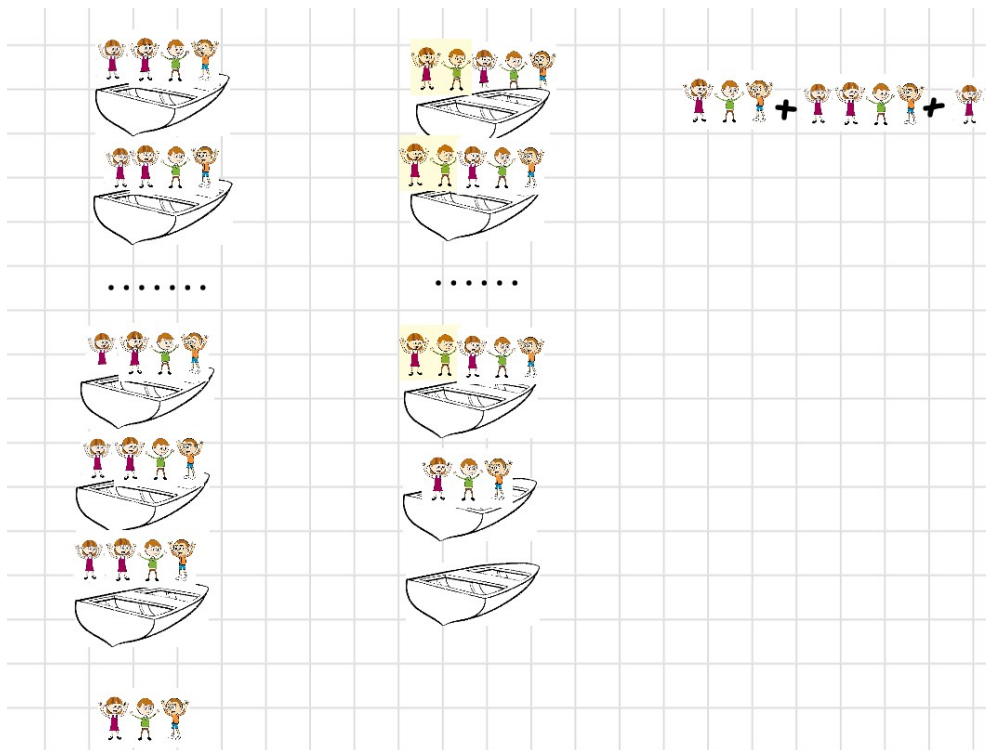
$$7a = 7^{2022}$$
, deci $a = 7^{2021}$ 2p

Numerele căutate sunt: $7^{2021} - 3$, $7^{2021} - 2$, $7^{2021} - 1$, 7^{2021} , $7^{2021} + 1$, $7^{2021} + 2$, $7^{2021} + 3$ 1p

Problema 3

Un grup de turiști face o excursie în Delta Dunării și trebuie repartizați în bărci. Dacă repartizăm în fiecare barcă câte 4 persoane, atunci 3 persoane vor rămâne pe mal, iar dacă în fiecare barcă repartizăm câte 5 persoane, o barcă va rămâne nefolosită, iar într-una dintre bărcile folosite vor fi doar 3 persoane. Câți turiști sunt în grup și câte bărci au fost puse la dispoziția acestora?

Barem:



Am repartizat câte 3 persoane în barcă și au rămas 3 persoane fără loc. Cele 3 persoane fără loc le vom repartiza în primele 3 bărci, deci vor fi câte 5 persoane în fiecare din cele 3 bărci. 2p
 Luăm cele 4 persoane din ultima barcă și vom avea alte 4 bărci cu câte 5 persoane 1p
 Din următoarea barcă luăm o persoană și o punem în barca cu 4 persoane 1p
 În final, vom avea $3+4+1=8$, bărci cu câte 5 persoane, o barcă cu 3 persoane și una nefolosită 1p
 Numărul total de bărci este $8+1+1=10$ 1p
 Numărul de turiști este $8 \cdot 5 + 3 = 43$ 1p

**Problema 4**

- a) Determinați toate numerele de forma $\overline{ab}$ pentru care $\overline{ab} + \overline{ba}$ este un număr de trei cifre divizibil cu 5
- b) Determinați toate numerele de trei cifre care sunt divizibile cu 5 și se pot scrie sub forma $\overline{xab} + \overline{xba}$

Barem:

- a) $\overline{ab} + \overline{ba} = 11(a+b)$ trebuie să aibă trei cifre, deci $a+b$ poate lua valorile 10 sau 15.....1p
(a și b sunt cifre nenule și deci $a+b \leq 18$)

Dacă $a+b=10$, rezultă $\overline{ab}$ poate valorile: 55,64,46,37,73,28,82,19,911p

Dacă $a+b=15$, rezultă $\overline{ab}$ poate valorile: 78,87,69,961p

- b) $\overline{xab} + \overline{xba} = 200x + 11(a+b)$

Cum numărul are trei cifre, rezultă $1 \leq x \leq 4$ 1p

Cum numărul este divizibil cu 5, rezultă $a+b$ poate fi 0,5,10,15.....1p

Dacă $a+b=0$, rezultă numerele sunt 200,400,600,800

Dacă $a+b=5$, rezultă numerele sunt 255,455,655,855

Dacă $a+b=10$, rezultă numerele sunt 310,510,710,910

Dacă $a+b=15$ numerele sunt 365,565,765,965.....2p