

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16 FEBRUARIE 2019

CLASA a VIII-a

Subiectul 1

Demonstrați că numărul $x = \sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)+1}$ este număr natural impar, oricare ar fi numărul natural n .

Subiectul 2

a. Arătați că, pentru orice numere reale pozitive x, y, z , este adevărată relația $x^2y + z \geq 2x\sqrt{yz}$.

b. Demonstrați că $\frac{x}{x^2y+z} + \frac{y}{y^2z+x} + \frac{z}{z^2x+y} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$, oricare ar fi numerele reale pozitive x, y, z .

(G.M.-B, nr. 10 / 2018)

Subiectul 3

În triunghiul dreptunghic ABC , $m(\angle A) = 90^\circ$, $AC = 12$ cm și $AM = 10$ cm, punctul M este mijlocul laturii BC , iar punctele T și S sunt proiecțiile punctului M pe dreptele AC , respectiv AB . Pe planul triunghiului se ridică perpendiculara MP , unde $MP = 8$ cm. Determinați:

- a. distanța de la punctul P la dreapta AC ;
- b. distanța de la punctul M la planul (PST) .

Subiectul 4

În piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu baza pătratul $ABCD$, G este centrul de greutate al triunghiului VAC , F este centrul de greutate al triunghiului ABD și M este mijlocul segmentului $[BG]$. Demonstrați că $FM \parallel (VDC)$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Timp de lucru: 3 ore