

CONCURSUL DE MATEMATICĂ „OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA”

Etapă locală – 22.02.2020

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

Se consideră numerele reale:

$$a = \sqrt{6} \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{3}} \right) + \left(\frac{6}{\sqrt{12}} + \frac{9}{\sqrt{27}} - \frac{16}{4\sqrt{8}} \right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \sqrt{18}$$

$$b = \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+1} + \frac{2}{2-\sqrt{3}}$$

Arătați că $a - b$ este număr întreg.

SUBIECTUL II

Se dă expresia: $E(x) = \left(\frac{2}{x+2} - \frac{5}{2-x} - \frac{6}{x^2-4} \right) : \left(\frac{x^2+4}{x^2-4} + 1 \right)$, $x \in \mathbb{R} - \{-2; 0; 2\}$.

a) Arătați că $E(x) = \frac{7}{2x}$.

b) Determinați $x \in \mathbb{Z}$ pentru care $\frac{2(x-4)}{7} \cdot E(x) \in \mathbb{Z}$.

SUBIECTUL III

Fie $ABCD$ un trapez isoscel cu $AB \parallel CD$, $CD = 12\sqrt{2}$ m, $AD = BC = 24$ m și $m(\angle BAD) = 45^\circ$. Punctul M este piciorul perpendicularei din D pe dreapta AB , O este punctul de intersecție a diagonalelor trapezului $ABCD$ și E este punctul de intersecție a dreptelor AD și BC .

a) Determinați aria triunghiului AEB .

b) Punctul P este mijlocul laturii AB . Demonstrați că P, O și E sunt coliniare.

SUBIECTUL IV

Dimensiunile paralelipipedului dreptunghic $ABCDEFGH$ sunt direct proporționale cu $3\sqrt{2}$, $\frac{8}{\sqrt{2}}$ și $\frac{5\sqrt{8}}{2}$. Știind că lungimea diagonalei lui este egală cu $10\sqrt{2}$ cm, aflați:

a) dimensiunile paralelipipedului;

b) $d(H, AC)$;

Prof. Vass Noémi, Reghin

Toate subiectele sunt obligatorii!

Fiecare problemă primește maxim 7p.

Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.