



Olimpiada Națională de Matematică Etapa locală - 22 februarie 2019

Clasa a VIII-a

1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x + 2019)(\sqrt{x^2 + 2019} - x) = 2019$.
(enunț modificat SGM. 11/2018)
2. a) Demonstrați că $[\sqrt{n^2 + 5n + 6}] = n + 2$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .
b) Demonstrați că prima zecimală a numărului $\sqrt{n^2 + 5n + 6}$ este mai mică decât 5, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.
3. Fie paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu baza $ABCD$ un pătrat cu lungimea laturii a . Să se arate că paralelipipedul este cub dacă distanța dintre dreptele AC și BD' este egală cu $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.
4. În tetraedrul regulat $VABC$, de muchie 6 cm , se consideră punctele M, N, P mijloacele muchiilor $[VA]$, $[VB]$ respectiv $[VC]$ și O centrul bazei ABC .
a) Demonstrați că $MNPO$ este tetraedru regulat și calculați distanța de la P la planul (MNO) .
b) Notăm $PO \cap (VAB) = \{X\}$ și $MO \cap (VBC) = \{Y\}$. Demonstrați că $XY \parallel (ABC)$.

Supliment Gazeta Matematică – nr. 12/2018

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.