

MATEMATIKA OLIMPIÁSZ
KÖRZETI SZAKASZ

2014. február 23.

IX. OSZTÁLY
(4 órás program)

- 1.) Határozzuk meg az $a_1, a_2, \dots, a_n$ szigorúan pozitív valós számokat tudva azt, hogy:

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \frac{(n-1)n(n+1)}{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

- 2.) Legyenek $a_1, a_2, \dots, a_{12}$ egy pozitív tagú, növekvő mértani haladvány tagjai. Igazoljuk, hogy: $a_{12} - a_1 > 11(a_7 - a_6)$

- 3.) Az a, b és c egy háromszög oldalainak a hosszát jelöli. Határozd meg a

$$c^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2) \cdot x + b^2 = 0$$
 egyenlet valós megoldásainak halmazát!

- 4.) Az $ABCD$ konvex négyszögben M és N a (BC) illetve (CD) oldal felezőpontja. Az AM és

$$BN$$
 egyenesek metszéspontját P -vel jelöljük és tudjuk, hogy $\frac{PA}{PM} = k$ és $\frac{BP}{PN} = \frac{k}{k+2}$.

a.) Bizonyítsuk be, hogy $ABCD$ trapéz.

b.) Határozzuk meg a k értékét úgy, hogy $ABCD$ paralelogramma legyen.

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.