



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 28 FEBRUARIE 2016

CLASA A X –A

1. Se consideră funcția injectivă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care verifică relația
 $f(x) \cdot f(1-x) = f(ax+2016)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, unde $a \in \mathbb{R}$. Demonstrați că :
- a) $a = 0$
 - b) $f(-2015) = 1$
 - c) f nu este surjectivă.
- 2.
- a) Să se arate că $x - 2 + \frac{4}{\sqrt[4]{x-2}} \geq 5$, $\forall x \in (2, \infty)$.
 - b) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $10 + \log_3 \left(\frac{x}{x^3 + 54} \right) = x + \frac{4}{\sqrt[4]{x-2}}$.
3. Fie S aria triunghiului ABC și a, b, c lungimile laturilor sale.
- a) Folosind eventual, faptul că funcția $f : \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ este convexă, să se arate că $\frac{1}{\cos \frac{A}{2}} + \frac{1}{\cos \frac{B}{2}} + \frac{1}{\cos \frac{C}{2}} \geq 2\sqrt{3}$
 - b) Să se demonstreze că $bc \cdot \sin \frac{A}{2} + ca \cdot \sin \frac{B}{2} + ab \cdot \sin \frac{C}{2} \geq 2\sqrt{3} \cdot S$.
(Prelucrare, problema 27173, G.M. 1/2016)

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează cu note de la 0 la 7.

Țimp de lucru 3 ore.

Subiectele au fost propuse și selectate de către:

prof. Boroica Gabriela- Colegiul Național „Vasile Lucaciu”, Baia Mare

prof. Fărcaș Natalia - Colegiul Național „Vasile Lucaciu”, Baia Mare

prof. Mușuroia Nicolae- Colegiul Național „Gheorghe Șincai” Baia Mare

prof. Pop Radu – Seminarul Teologic Liceal „Sf. Iosif Mărturisitorul”, Baia Mare