



Nr. /

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 17 februarie 2018
Clasa a XII- a

Subiectul I (7 p)

Demonstrați că șirul $(I_n)_{n \geq 1}$ definit prin $I_n = \frac{1}{n} \int_{\frac{1}{n}}^1 \ln(1 + \cos x) dx$, pentru oricare $n \geq 1$, este convergent și determinați limita sa.

Supliment G.M. 12/2018

Subiectul II (7 p)

Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$, unde $a, b \in (0, \infty)$.

Subiectul III (7 p)

Fie $(G, \bullet)$ un grup cu elementul neutru e .

- 1) Dacă $x^2 = e$, $\forall x \in G$, arătați că grupul este comutativ.
- 2) Dacă G este finit, comutativ și $x^2 = e$ pentru mai mult de jumătate din elementele lui G , arătați că $x^2 = e$, $\forall x \in G$.

Subiectul IV (7 p)

Fie $(G, *)$ un grup și $H \subset G$ un subgrup propriu al său. Determinați funcția $f: G \rightarrow G$ astfel încât $f(e) = a \in G$, unde e este elementul neutru al lui G și $f(x * y) = x * f(y)$, $\forall x, y \in G \setminus H$.

Notă :**Toate subiectele sunt obligatorii.****Timp de lucru 3 ore.**