OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-15 FEBRUARIE 2014
Clasa a VII-a

1. Fie $A_n = \{a \in \mathbb{Z} \mid a = \pm p_1 \pm p_2 \pm p_3 \pm .... \pm p_n\}$ unde $p_1, p_2, ..., p_n$ sunt primele n numere naturale prime iar semnele + şi respectiv – se aleg în toate modurile posibile.

a) Să se arate că $0 \in A_5$

b) Arătaţi că $A_{2p}, p \geq 1, p \in \mathbb{N}$, are un număr par de elemente.

c) Arătaţi că dacă $k, p \geq 1, k, p \in \mathbb{N}$, atunci: $A_{2p} \cap A_{2k+1} = \varnothing$.

prof. Nicolae Stăniloiu, Bocşa

2. Determinaţi numerele naturale a, b, c astfel încât fracţiile: $\frac{a+b}{b+c}, \frac{2(b+c)}{c+a}, \frac{3(c+a)}{a+b}$ să fie toate numere naturale.

prof. Nicolae Stăniloiu, Bocşa

3. Triunghiul *ABC* este isoscel de bază $[BC]$ cu $m(\sphericalangle A) > 90^o$. Fie *FD* şi *GE* mediatoarele laturilor $[AB]$, respectiv $[AC]$ cu $D \in (AB)$ şi $E \in (AC)$, $F, G \in BC$ iar $DF \cap GE = \{H\}$. Fie *T* mijlocul laturii $[BC]$. Arătaţi că:

a) ΔHDE este isoscel;

b) $HT \perp BC$;

c) *HT* este mediatoarea segmentului $[DE]$.

RMCS 41

4. Prin mijlocul M al diagonalei AC a unui trapez ABCD construim NM || BD, N$\in$ AB.

Ştiind că CN $\perp$ AB, demonstraţi că AD=BC

GMS 12

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 3 ore