

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ , 17 FEBRUARIE 2018

CLASA a VII -a

### SUBIECTE :

1. Este dat următorul șir de numere:  
 $a_1 = 1 + 1^{-1}, a_2 = 1 + 2^{-1}, a_3 = 1 + 3^{-1}, \dots, a_{2016} = 1 + 2016^{-1}.$ 
  - a) Compară  $a_{2016}$  cu  $a_{2011}$ .
  - b) Arată că produsul  $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{2016}$  este un număr natural.
  - c) Determină numărul  $n \in \mathbb{N}^*$ , pentru care  $a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} \in \mathbb{N}$ .
2. a) Să se calculeze  $p = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}{\sqrt{n(n-1)}}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ .  
  
b) Să se arate că:  $8 < \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{6}} + \frac{7}{\sqrt{12}} + \frac{9}{\sqrt{20}} < 12$ .
3. Fie ABCD trapez cu  $AB \parallel CD$  și  $CD = 2AB$ . Considerăm punctul M mijlocul segmentului (CD) și  $AC \cap BM = \{P\}$ . Știind că aria trapezului ABCD este egală cu  $36 \text{ cm}^2$ , calculați aria triunghiului PMC.
4. Fie ABC un triunghi,  $D \in (BC)$  și punctele E, F, G astfel încât D este mijlocul lui (AE), B este mijlocul lui (EG) și C este mijlocul lui (EF).
  - a) Arătați că punctele G, A și F sunt coliniare.
  - b) Dacă S este aria triunghiului ABC și T este aria triunghiului EFG, iar  $S = k \cdot T$ , să se determine valoarea lui k.

**Notă :** Toate subiectele sunt obligatorii  
Fiecare subiect este notat cu 0 -7 puncte  
Timpul de lucru : 3 ore