OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 24.02.2019

CLASA a XI-a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

1. **Considerăm șirul $(x_n)_{n\epsilon\mathbb{N}^*}$, unde $x_1 = 1$ și $x_{n+1} = \sqrt[3]{2019 + \frac{1}{x_n^3}}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Demonstrați că $(x_n)_{n\epsilon\mathbb{N}^*}$ este șir convergent și calculați limita sa.**

2. **Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $det(A^2 + 2A + 2I_2) = 0$. Demonstrați că $det(A) + tr(A) = 0$.**

3. **a) Există $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ cu proprietatea, $det(A) = det(B) = 0$, care verifică egalitatea: $A^{2019} - B^{2019} = I_2$?**

   b) Fie $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ astfel încât $det(A) = det(B) = 0$. Demonstrați că $A^{2018} - B^{2018} \neq I_2$.

4. **Demonstrați că șirul $(x_n)_{n\epsilon\mathbb{N}^*}$, $definit\ prin\ x_n = \prod_{k=1}^{n} cosk$ este convergent.**