



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – CONSTANȚA, 08.02.2020
Clasa a XI-a

SUBIECTUL I

Fie $A, B \in M_3(\mathbf{R})$ astfel încât $X \cdot (AB - BA) = (AB - BA) \cdot X, \forall X \in M_3(\mathbf{R})$. Arătați că $AB = BA$.

Gabriela Constantinescu

SUBIECTUL II

Fie $A, B \in M_n(\mathbf{R})$ două matrice care nu comută. Știind că există $p, q, r \in \mathbf{R}^*$ astfel încât $p \cdot AB + q \cdot BA = I_n$ și $A^2 = r \cdot B^2$, demonstrați că $p = q$.

* * *

SUBIECTUL III

Fie șirul $(a_n)_{n \geq 2}$ definit prin $a_n = \sqrt[n]{n!} \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \arctg \sqrt[n]{2020} \right), \forall n \in \mathbf{N}, n \geq 2$. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

Cătălin Zîrnă

SUBIECTUL IV

Fie șirul de numere reale $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ astfel încât $a_n \geq 0, \forall n \in \mathbf{N}^*$ și $a_{n+1} \leq \max \left\{ a_n, \frac{1}{n} \right\}, \forall n \in \mathbf{N}^*$. Arătați că $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ este convergent.

Nelu Chichirim

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu