



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN BUZĂU



MINISTERUL EDUCAȚIEI

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapă locală 10.02.2024
Județul Buzău
CLASA a X-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Să se determine toate perechile ordonate $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care $x^{2024} + y^{2024} \geq 1$
și $\sqrt[2024]{|x|} + \sqrt[2024]{|y|} \leq 1$.

Subiectul 2 (7 puncte)

Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și $x_1, x_2, \dots, x_n$ numere reale astfel încât $x_1 + x_2 + \dots + x_n = n$
Să se arate că $2x_1^2 + 2x_2^2 + \dots + 2x_n^2 \geq 2n$.

Subiectul 3 (7 puncte)

Fie $a, b \in \mathbb{C}^*$ astfel încât $|a| = |b| = |a - b|$ și $z = \frac{a}{b}$.

Să se demonstreze că:

- i) $|z| = 1$ și $z \notin \{-1, 1\}$.
- ii) Determinați mulțimea $\{z^k \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Subiectul 4 (7 puncte)

Demonstrați că funcția $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(n) = \log_{n+1} n$ este strict crescătoare.

Timp de lucru 3 ore după primirea subiectelor.