

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 17.02.2018
Clasa a V-a

Barem de evaluare și notare

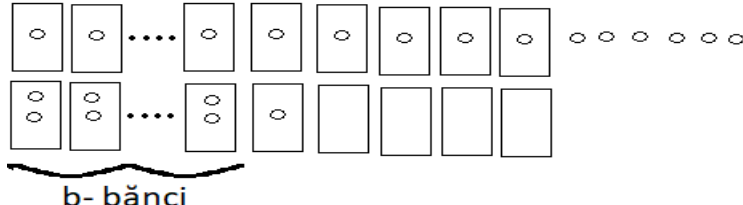
1. Maria rezolvă tema de vacanță, adică 100 probleme de matematică în 5 zile. Se știe că a patra zi a rezolvat cu două mai multe decât în prima zi, cu două mai puține decât a doua zi și dublul problemelor rezolvate în a treia zi. Câte probleme a rezolvat în fiecare zi, dacă în ultima zi a rezolvat cele mai puține probleme în comparație cu zilele anterioare?

Notând x numărul problemelor rezolvate în a treia zi și u numărul problemelor rezolvate în ultima zi	1p
Avem $\Rightarrow 2x - 2 + 2x + 2 + x + 2x + u = 100 \Rightarrow 7x + u = 100$.	2p
$u < x \Rightarrow 100 < 8x \Rightarrow x \geq 13 \Rightarrow u \leq 100 - 7 \cdot 13 = 9$	2p
$x = 13, u = 9$ și $x = 14, u = 2$ și finalizare.	2p

2. Alegeți un număr de două cifre. Între cifrele numărului ales se scriu alte două cifre astfel încât numărul obținut este mai mic decât 2018 cu numărul ales. Ce număr ați ales?

$\overline{axyb} = 2018 - \overline{ab} \Rightarrow 1010a + 2b + 10 \cdot \overline{xy} = 2018 \Rightarrow b = 4 \text{ sau } b = 9$	2p
Pentru $b = 4 \Rightarrow 101a + \overline{xy} = 201 \Rightarrow a = 1, \overline{xy} = 100$, nu convine	2p
Pentru $b = 9 \Rightarrow 101a + \overline{xy} = 200 \Rightarrow a = 1, \overline{xy} = 99$. Deci numărul ales este 19	3p

3. Dacă într-o sală de clasă se așează câte un elev într-o bancă, rămân 6 elevi în picioare. Dacă se așează câte doi elevi într-o bancă, iar într-o bancă se așează unul singur, rămân patru bănci libere. Câți elevi și câte bănci sunt în clasă?

Reprezentarea datelor:  b- bănci	3p
Află $b = 10$	2p
Află număr elevi (elevi=21) și număr bănci (bănci= 15)	2p

4. Se consideră a, b și c trei numere naturale $a > b > c$.

i) Verificați dacă $2^4 - 2^3 + 1$ este pătrat perfect;

ii) Aflați a, b, c știind că $2^a - 2^b + 2^c = 2018$;

iii) Demonstrați că printre numerele $2^a - 2^b + 2^c$ există o infinitate de pătrate perfecte.

a) $2^4 - 2^3 + 1 = 16 - 8 + 1 = 9 = 3^2$	2p
b) $2^{11} - 2^5 + 2 = 2018 \Rightarrow a = 11, b = 3, c = 1$	2p
c) Pentru $a = c + 4, b = c + 3 \Rightarrow 2^{c+4} - 2^{c+3} + 2^c = 2^c(2^4 - 2^3 + 1) = 2^c \cdot 9$ Dacă $c = 2k \Rightarrow 2^c \cdot 9 = 2^{2k} \cdot 3^2 = (2^k \cdot 3)^2$, există o infinitate de numere pătrate perfecte cu această formă	3p