

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 19 februarie 2017

Clasa a VI-a

SUBIECTUL I (7 puncte)

Fie numărul $a = \frac{1}{1000} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \dots + \frac{1}{2017}$

a) Arătați că $a < 1,02$.

b) Să se calculeze:

$$a \cdot \left(1 + \frac{1000}{1001} + \frac{1001}{1002} + \frac{1002}{1003} + \dots + \frac{2016}{2017}\right) + (1 - a) \cdot \left(\frac{1000}{1001} + \frac{1001}{1002} + \frac{1002}{1003} + \dots + \frac{2016}{2017}\right)$$

SUBIECTUL II (7 puncte)

Arătați că, dacă $61 \mid (5y - 6x)$, $x, y \in \mathbb{N}$, atunci $61 \mid (6y + 5x)$.

SUBIECTUL III (7 puncte)

Arătați că fracția $\frac{5n+12}{(2n+5)(3n+7)}$ este ireductibilă pentru orice număr n , număr natural.

(Gazeta Matematica 2016)

SUBIECTUL IV (7 puncte)

Dreptele AB și CD sunt concurente în O. Știind că semidreptele [OM, [OT, [OP sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle BOD$, $\sphericalangle DOM$ și respectiv, $\sphericalangle COB$, iar $m(\sphericalangle AOM) = 130^\circ$, calculați:

a) Măsura $\sphericalangle POM$ și măsura $\sphericalangle AOD$

b) Măsura unghiului dintre bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOC$ și $\sphericalangle BOP$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 2 ore