

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ 2018
ETAPA LOCALĂ – 25 FEBRUARIE 2018**CLASA a VIII-a****Problema 1. (7 puncte)**

Aflați numerele reale $a; b; c$ știind că:

$$[a; b] \cap \mathbb{Z} = \{a; b; c\} \text{ și că } a^2 + b^2 - 5b = 9$$

Problema 2. (7 puncte)

Arătați că $x = 5^{3n} + 5^{2n+1} + 3 \cdot 5^n - 9$ se divide cu 64 pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

Problema 3. (7 puncte)

Se taie colțurile unui cub cu muchia de 2 cm, plecând de la mijlocul fiecărei laturi. Arătați că suprafața corpului obținut este mai mică decât 19 cm^2 .

Problema 4. (7 puncte)

În prisma patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$, $AB = 6 \text{ dm}$, $AA' = 10 \text{ dm}$, $M \in (AA')$, $AM = 6 \text{ dm}$, $N \in (BB')$, $BN = 3 \text{ dm}$, $P \in (CC')$, $CP = 2 \text{ dm}$, $Q \in (DD')$, $DQ = 5 \text{ dm}$.

- Arătați că punctele M, N, P, Q sunt coplanare.
- Arătați că $MNPQ$ nu este dreptunghi.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Timp de lucru: 3 ore
- Total: 28 puncte (nu se acordă punct din oficiu)