



**Olimpiada de Matematică - Etapa Locală
Maramureș – 23 februarie 2019
Clasa a VIII - a**

1. Determinați numerele reale x, y, z pentru care

$$\sqrt{x^2 + 2x + 26} + \sqrt{y^2 - 8y + 25} + \sqrt{z^2 - 10z + 61} = 14.$$

2. a) Să se arate că $4xy \leq (x + y)^2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Dacă $x, y, z \in \mathbb{R}_+ \setminus \{4\}$, astfel încât $x + y + z = 4$, arătați că $\frac{xy}{4-z} + \frac{yz}{4-x} + \frac{zx}{4-y} \leq 2$.

3. Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic cu $AB \parallel CD$, $AC \perp BD$, $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$,
 $AB = 12\sqrt{3} \text{ cm}$, $CD = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ și M mijlocul segmentului $[AD]$. Se construiește
 $PM \perp (ABC)$ cu $PM = 8 \text{ cm}$. Să se calculeze:

- aria trapezului $ABCD$ și aria triunghiului MBC ;
- distanța de la punctul P la CB și tangenta unghiului diedru format de planele (PBC) și (ABC) ;
- distanța de la M la planul (PBD) ;
- cosinusul unghiului format de planele (PAB) și (PDC) .

4. Determinați câte numere de 2 cifre trebuie considerate astfel încât să fim siguri că cel puțin trei dintre ele au aceeași sumă a cifrelor.

Notă :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru - 3 ore

Subiectele au fost propuse și selectate de:

- Prof. Bretan Andrei, Colegiul Național „Vasile Lucaciu” Baia Mare
- elev Robu Vlad, Colegiul Național „Vasile Lucaciu” Baia Mare