

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SIBIU

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ, 14.02.2014
Clasa a IX-a

1. (7p) Arătați că pentru orice număr natural nenul n este adevărată inegalitatea:

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1$$

2. (7p) Rezolvați în $\mathbf{R}$ ecuația:

$$\{x\} + \{2x\} + \{3x\} = 1,$$

unde prin $\{a\}$ s-a notat partea fracționară a numărului real a .

Petru Vlad

3. (7p) Determinați șirul de numere $(a_n)_{n \geq 1}$ știind că:

$$a_n \in \mathbf{N}^*, 1^2 a_1 + 2^2 a_2 + \dots + n^2 a_n = \frac{n^2(a_n + 1)^2}{4}, (\forall) n \in \mathbf{N}^*.$$

GM11/2013

4. Se consideră ABC un triunghi și $D, E \in (BC)$, astfel încât $BD = DE = EC$. Se notează cu M, N, Q mijloacele laturilor AB, AC, BC .

(4p) a) Determinați $r \in \mathbf{R}$ astfel încât $\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{EN} = r \overrightarrow{QA}$.

(3p) b) Dacă G_1, G_2 sunt centrele de greutate ale triunghiurilor MND și MNE , arătați că $G_1 G_2 \parallel BC$.

Petru Vlad

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.