

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA-FILIALA TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 21.02.2014
SUBIECTE clasa a XI-a MATEMATICĂ-INFORMATICĂ

1.	Se consideră matricea $A_{(a,b)} = \begin{pmatrix} a+b & 0 & a \\ 0 & b & 0 \\ a & 0 & a+b \end{pmatrix}$, $a, b \in \mathbb{R}^*$. a) Dacă $M = A_{(a,-a)}$ și $a \neq 1$ calculați determinantul $I_3 + M + M^2 + \dots + M^{2013}$. b) Calculați $A_{(a,b)}^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.
2.	Se consideră mulțimea $M = \{A \in M_3(\mathbb{Z}) \mid a_{ij} \in \{+1, -1\}\}$ a) Dacă $A \in M$ arătați că $4 \mid \det A$. b) Determinați mulțimea $D = \{\det A \mid A \in M\}$.
3.	Studiați convergența șirului $(a_n)_{n \geq 0}$ definit prin $a_0 = a \in [-1, 1]$ și $2a_{n+1} = a_n^2 + 2a_n - 1$ $\forall n \geq 0$.
4.	Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin $x_1 = 1$ și $x_{n+1} = \frac{x_n}{n} + \frac{n+1}{n^2}$ pentru orice $n \geq 1$. a) Demonstrați că șirul este convergent. b) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n$.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

SUCCES !

Prof. Zeno Blajovan, inspector școlar pentru matematică – I.Ș.J. Timiș
Lector.dr. Mihai Chiș-președinte S.S.M.R. – Filiala Timiș