



**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ**

16 februarie 2013

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I (7p)

- 3p) 1. Fie $x = \sqrt{47 - \sqrt{2013}} - \sqrt{47 + \sqrt{2013}}$. Calculați x^2 și partea întreagă a numărului x .
- 4p) 2. Dacă numărul real pozitiv x verifică egalitatea $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ să se arate că numărul $a = x^{-4} + x^{-3} + x^{-2} + x^{-1} + x^1 + x^2 + x^3 + x^4$ este natural.

SUBIECTUL II (7p)

- 3p) a) Fie a și b două numere reale pozitive. Arătați că $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} \geq a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$.
b) Arătați că, pentru orice număr natural nenul n , are loc inegalitatea:
- 4p)
$$\frac{1}{2\sqrt{2} + 1\sqrt{1}} + \frac{1}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n+1} + n\sqrt{n}} < 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

SUBIECTUL III (7p)

- În tetraedrul oarecare $ABCD$, G_1 , G_2 și G_3 sunt centrele de greutate ale fețelor ABC , ABD și, respectiv, ACD .
- 4p) a) Demonstrați că $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.
- 3p) b) Aflați valoarea raportului ariilor triunghiurilor $\Delta G_1G_2G_3$ și ΔBCD .

SUBIECTUL IV (7p)

- Fie $ABCD A'B'C'D'$ o prismă patrulateră dreaptă, cu bazele pătrate, în care $AA' = AB\sqrt{2}$ și M , N sunt, respectiv, mijloacele segmentelor $[BB']$, $[DD']$.
- 4p) a) Arătați că $A'B \perp (AMD)$;
- 3p) b) Arătați că dreapta de intersecție a planelor (AMD) și (ANB) este perpendiculară pe planul $(A'BD)$.

Gazeta Matematică

Subiecte selectate și prelucrate de prof. Constantin Guriță

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timp de lucru: 3 ore