



**Olimpiada de Matematică–Etapa Locală
Maramureș – 29 februarie 2020
Clasa a VII- a**

1. Arătați că:

$$a) \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{1}{2^n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$b) \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2^n} \leq \frac{4}{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

2. a) Fie numerele:

$$a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{\sqrt{9900}}$$

$$b = \left(\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \right)^{-1} - \left| \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2} \right|.$$

Arătați că numărul $l_n = \sqrt{30a - b^2} \in \mathbb{N}$.

b) Fie numerele $a = n+3$, $b = 2n+7$, $c = 2n+5$, $d = 3n+7$, cu $n \in \mathbb{N}$. Arătați că numărul $A = \sqrt{\frac{[a,b] + [a,c]}{(c,d)}} \in \mathbb{N}$, unde $[x,y]$ este cel mai mic multiplu comun al numerelor x și y , iar (x,y) este cel mai mare divizor comun al numerelor x și y .

3. Se consideră pătratul $ABCD$ cu latura de 12 cm. Punctul O este intersecția diagonalelor, punctul M este mijlocul laturii CD , iar punctul N este intersecția dreptelor BD și AM . Determinați aria patrulaterului $CONM$.

(E:15622, GM-nr 11/2019)

4. În pătratul $ABCD$ se consideră $F \in (BD)$ și $CE \parallel BD$, $B \in (AE)$ astfel încât $[FE] \equiv [BD]$. Determinați măsura unghiului BEF .

Notă :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru –3 ore

Subiectele au fost propuse și selectate de:

- Prof. Bedeoan Loredana – Colegiul Național "Dragoș Vodă" SighetuMarmației
- Prof. Drăgoi Costel – Școala Gimnazială Sarasău
- Prof. Miha Amalia-Mirela – Colegiu lNațional "Dragoș Vodă" SighetuMarmației
- Prof. Năsui Mara Dana – Școala Gimnazială Nr.7 Vișeu de Sus