

Olimpiada de matematică – clasa a VIII-a
etapa zonală – 8 februarie 2020

1. a) Să se arate că expresia $(x^2 - 5x + 3) \cdot (x^2 - 5x + 9) + 9$ este pătrat perfect
b) Fie expresia $A(x, y) = \sqrt{x^2 - 6x + 13} + \sqrt{y^2 - 6y + 10}$ unde x și y sunt numere reale. Să se determine valoarea minimă a expresiei $A(x, y)$!
2. Demonstrați că dacă $a, b \in \mathbf{R}_+^*$, $b - a = 4$ și $(a, b) \cap \mathbb{Z} = \{n - 1, n, n + 1\}$ atunci $\sqrt{a^2 + b^2 + 8} > \frac{2\sqrt{3}}{3}(n + 2)$
3. Fie ABC un triunghi echilateral și punctul D simetricul lui A față de B . Pe perpendiculara pe planul triunghiului ABC în punctul D luăm punctul M astfel încât $MD = BD = a$ ($a > 0$). Calculați distanța de la punctul M la laturile triunghiului.
4. Pătratul $ABCD$ și triunghiul echilateral ABE sunt în plane diferite. Fie punctele M și N pe latura AB astfel încât $AM = MN = NB$, iar G și F centrele de greutate ale triunghiurilor EMB respectiv DAN .
 - a) Să se demonstreze că FG este paralel cu planul CDE
 - b) Să se determine lungimea segmentului FG , dacă $AB = 18\text{cm}$ și măsura unghiului format de dreptele AB și DE este egal cu măsura unghiului format de dreptele AD și CE .

Timp de lucru 3 ore

Matematika tantárgyverseny – VIII. osztály
Területi szakasz – 2020. február 8.

1. a) Igazold, hogy az $(x^2 - 5x + 3) \cdot (x^2 - 5x + 9) + 9$ kifejezés teljes négyzet!
b) Legyen $A(x, y) = \sqrt{x^2 - 6x + 13} + \sqrt{y^2 - 6y + 10}$ kifejezés, ahol x és y valós számok. Határozd meg az $A(x, y)$ kifejezés legkisebb értékét!
2. Tudva, hogy $a, b \in \mathbf{R}_+^*$, $b - a = 4$ és $(a, b) \cap \mathbb{Z} = \{n - 1, n, n + 1\}$ igazold, hogy $\sqrt{a^2 + b^2 + 8} > \frac{2\sqrt{3}}{3}(n + 2)$
3. Adott az ABC egyenlő oldalú háromszög, D az A pont szimmetrikusa a B pont szerint. A D pontban merőlegest állítunk az ABC háromszög síkjára és ezen felvesszük az M pontot úgy, hogy . Számítsd ki az M pont távolságát az ABC háromszög oldalaitól.
4. Az $ABCD$ négyzet és ABE egyenlő oldalú háromszög különböző síkokban vannak. Legyen M és N pontok az AB oldalon úgy, hogy $AM = MN = NB$, továbbá G és F az EMB valamint DAN háromszögek súlypontjai.
 - a) Igazold, hogy FG párhuzamos a CDE síkkal
 - b) Határozd meg az FG szakasz hosszát, ha $AB = 18\text{cm}$ és az AB egyenesnek a DE egyenessel alkotott szöge ugyanolyan mértékű, mint az AD és CE egyenesek szögének a mértéke.

Munkaidő 3 óra