

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
18 februarie 2018
CLASA a VI-a

1. Fie $a = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2018}$

a) (3p) Arătați că a este divizibil cu 7.

b) (2p) Arătați că $a = 2^{2019} - 1$.

c) (2p) Determinați $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $\frac{a+1}{2^{2018} \cdot x} \in \mathbb{N}$.

2. (7p) Aflați numerele naturale $\overline{abc}$ pentru care $\frac{a}{bc+1} + a = \overline{a, bc}$.

3. Fie unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ adiacente suplementare, iar semidreptele $[OM]$, $[ON]$ și $[OP]$ bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle BOM$, respectiv $\sphericalangle AOB$. Se știe că $m(\sphericalangle AOP) = \frac{m(\sphericalangle NOC)}{6}$.

a) (5p) Să se calculeze măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$.

b) (2p) Să se demonstreze că unghiurile $\sphericalangle MOA$ și $\sphericalangle BON$ au aceeași bisectoare.

4. Fie triunghiul $\triangle ABC$, cu $m(\sphericalangle B) > 90^\circ$ și punctele D și E , $D \in (AB)$, $A \in (BE)$, astfel încât $(BD) \equiv (AE)$. În semiplanul determinat de dreapta AB , care nu conține punctul C , se consideră punctul F astfel încât $\sphericalangle DEF \equiv \sphericalangle ABC$ și $(EF) \equiv (BC)$. Demonstrați că:

a) (3p) $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$;

b) (1p) $(BF) \equiv (EC)$;

c) (3p) segmentele (FC) și (AD) au același mijloc.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

3. Timp de lucru 2 ore.