

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16 FEBRUARIE 2019**

CLASA a VII-a

Subiectul 1

Fie numerele raționale pozitive a și b , $a < b$.

- a. Demonstrați că $\frac{1}{b} < \frac{1}{\sqrt{a \cdot b}} < \frac{1}{a}$.
- b. Arătați că $\frac{2}{3} < (\sqrt{3})^{-1} + (\sqrt{15})^{-1} + (\sqrt{35})^{-1} < \frac{16}{15}$.

Subiectul 2

- a. Demonstrați că pentru orice număr natural nenul are loc relația: $\frac{4}{4n(4n+4)} = \frac{1}{4n} - \frac{1}{4n+4}$.
- b. Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care avem relația: $\sqrt{\frac{1}{1 \cdot 8} + \frac{1}{2 \cdot 12} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}} = \frac{3\sqrt{10}}{19}$.

Subiectul 3

În trapezul isoscel $ABCD$, ($AD \parallel BC$), ducem $AE \perp BC$, $E \in (BC)$ și $BD \cap AE = \{T\}$. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB și CD . Știm că $A_{\triangle ABD} = A_{\triangle ABE}$ și $[AE] \equiv [AD]$. Arătați că:

- a. punctele M , T și N sunt coliniare;
- b. DE împarte suprafața trapezului în două suprafețe cu arii egale.

Subiectul 4

În triunghiul ABC construim bisectoarele AA' , BB' și CC' și notăm cu I punctul lor de intersecție.

- a. Calculați măsura unghiului $\sphericalangle BIC$ în funcție de măsura unghiului $\sphericalangle BAC$.
- b. Mediatoarele segmentelor BB' și CC' se intersectează în punctul M , mediatoarele segmentelor CC' și AA' se intersectează în N , iar mediatoarele segmentelor AA' și BB' se intersectează în P . Demonstrați că, dacă $\triangle MNP \sim \triangle ABC$, atunci $\triangle ABC$ este echilateral.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: 3 ore