

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA-FILIALA TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 21.02.2014
SUBIECTE clasa a IX-a MATEMATICĂ-INFORMATICĂ

1.	Fie $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Demonstrați că pentru orice $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ are loc egalitatea $x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n = \frac{nx^{n+2} - (n+1)x^{n+1} + x}{(x-1)^2}$
2.	Se consideră numerele $a, b > 0$ cu proprietatea că $ab = 1$. Demonstrați inegalitatea $\frac{a^2}{a^3 + b} + \frac{b^2}{b^3 + a} \geq \frac{2}{a^2 + b^2}.$
3.	Fie triunghiul ABC și punctele $M \in (AB), N \in (AC)$ astfel încât $\frac{AM}{MB} = 2$ respectiv $\frac{AN}{NC} = \frac{2}{3}.$ (a) Exprimați vectorul $\overrightarrow{CM}$ în funcție de vectorii $\overrightarrow{CA}$ și $\overrightarrow{CB}$; (b) Exprimați vectorul $\overrightarrow{AR}$ în funcție de vectorii $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AC}$, unde $BN \cap CM = \{R\}$; (c) Arătați că punctele A, P, R sunt coliniare, unde $P \in (BC)$ cu proprietatea că $3\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{CP}$
4.	Se consideră mulțimea $M = \left\{ \frac{x - [x]}{x} \mid x \geq 1 \right\}$, unde prin $[x]$ se înțelege partea întreagă a numărului x . Arătați că $M = \left[0; \frac{1}{2} \right)$.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

SUCCES !

Prof. Zeno Blajovan, inspector școlar pentru matematică – I.Ș.J. Timiș
Lector.dr. Mihai Chiș-președinte S.S.M.R. – Filiala Timiș