

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ , CLASA a IX - a

22 FEBRUARIE 2014

SUBIECTUL I

Arătați că $\forall x, y, z > 0$ avem: $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} \geq 4(x - z)$

SUBIECTUL II

În triunghiul ABC se consideră $M, P \in (AB)$; $N, Q \in (AC)$ și $R \in (BC)$ astfel încât $AM \equiv MP \equiv PB$; $AN \equiv NQ \equiv QC$ și $BR \equiv RC$.

Fie $D \in (MN)$ astfel încât $\frac{MD}{DN} = \frac{1}{2}$.

Dacă $E \in (PQ)$ arătați că ADRE este paralelogram $\Leftrightarrow \frac{EP}{EQ} = \frac{7}{5}$

SUBIECTUL III

Arătați că orice poligon convex cu n laturi $n \geq 5$ se poate descompune în pentagoane convexe.

SUBIECTUL IV

- a) Să se arate că dacă o progresie aritmetică infinită de numere naturale conține un pătrat perfect, atunci conține o infinitate de pătrate perfecte.
- b) Demonstrați ca, dacă $(a_n)_{n \geq 1}$ este o progresie aritmetică formată din numere naturale nenule, atunci $(a_{a_n})_{n \geq 1}$ este progresie aritmetică.