Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

19 februarie 2017

Clasa a X-a

Problema 1.

a) Să se calculeze numărul real $x=\sqrt[3]{6\cdot\sqrt{3}-10}\ -\ \sqrt[3]{6\cdot\sqrt{3}+10}$.

b) Să se demonstreze că $\frac{1}{\log_2 3}+\frac{1}{\log_3 5}+\frac{1}{\log_5 2}\geq 3$.

* * *

Problema 2.

Dacă într-un triunghi ABC cu AB= c, AC= b, BC= a, pătratele lungimilor laturilor sunt în progresie aritmetică în ordinea a^2, b^2, c^2, să se demonstreze că măsura unghiului B poate fi cel mult 60°.

G.M., nr. 9, 2016

Problema 3.

Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia: $|x-1|^{\lg^2 x-\lg x^2}=|x-1|^3$.

* * *

Problema 4.

Fie $z_k=\cos\frac{(3k-2)\cdot\pi}{11}+i\cdot\sin\frac{(3k-2)\cdot\pi}{11},\ k\in\{1,2,3,4\}$.

Să se determine numerele complexe z cu proprietatea că:

$$2\cdot z^2=\frac{|z|+z_1}{1+z_1+z_1\cdot z_2+z_1\cdot z_2\cdot z_3}+\frac{|z|+z_2}{1+z_2+z_2\cdot z_3+z_2\cdot z_3\cdot z_4}+\frac{|z|+z_3}{1+z_3+z_3\cdot z_4+z_3\cdot z_4\cdot z_1}+\frac{|z|+z_4}{1+z_4+z_4\cdot z_1+z_4\cdot z_1\cdot z_2}.$$

G.M.,nr.9, 2016

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7