



MINISTERUL EDUCAȚIEI



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN PRAHOVA



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE ASTRONOMIE ȘI ASTROFIZICĂ

EDIȚIA A XX-A, 7 – 11 Iunie 2023, VĂLENII DE MUNTE,
PRAHOVA

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE - PROBA TEORETICĂ CATEGORIA SENIORI 1

- Se punctează oricare alte formulări/modalități de rezolvare corectă a cerințelor.
- Nu se acordă punctaje intermediare la subiectele de tip grilă.

Subiectul I (10 puncte)

1. Răspuns: C (1 punct)

2. Răspuns: D (1 punct)

$$\frac{x}{a} = e$$

Raportul dimensiunilor unghiulare coincide cu raportul distanțelor dintre Pământ și Soare.
Astfel, relația următoare poate fi transformată într-o proporție:

$$\frac{\alpha_{\min}}{\alpha_{\max}} = \frac{a-x}{a+x}; \frac{\alpha_{\min} - \alpha_{\max}}{\alpha_{\max} + \alpha_{\min}} = \frac{a-x-(a+x)}{a+x+(a-x)}; \frac{x}{a} = \frac{1}{60}; a = 60x$$

3. Răspuns: A (1 punct)

4. Răspuns: C (1 punct)

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_{\text{Stea}}}{4\pi^2}; T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G \cdot M_{\text{Stea}}}}$$

$$T = 6\pi R_{PS} \sqrt{\frac{2R_{PS}}{G \cdot M_{\text{Soare}}}}$$

5. Răspuns: C (1 punct)

6. Răspuns: B (1 punct)

$$\Delta m = -2,5lg \frac{1 - \delta}{1}$$

Unde

$$\delta = \left(\frac{R_{planet\acute{a}}}{R_{stea}} \right)^2$$

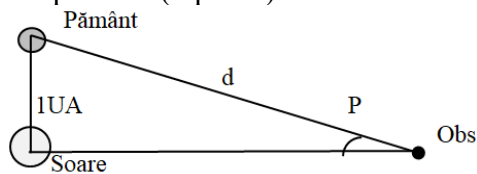
$$\frac{R_{planet\grave{a}}}{R_{stea}} = \sqrt{1 - 10^{-2,5} \frac{\Delta m}{m}} = \sqrt{1 - 0,9817} = 0,135$$

7. Răspuns: D (1 punct)

8. Răspuns: B (1 punct)

9. Răspuns: A (1 punct)

10. Răspuns: C (1 punct)



$$P \cong \frac{1UA}{30al} = \frac{1UA}{30 \times 63240UA} = 5,27 \times 10^{-7} rad; \frac{\alpha}{180^0} = \frac{a}{\pi}; \alpha = 180^0 \frac{5,27 \times 10^{-7}}{3,14};$$

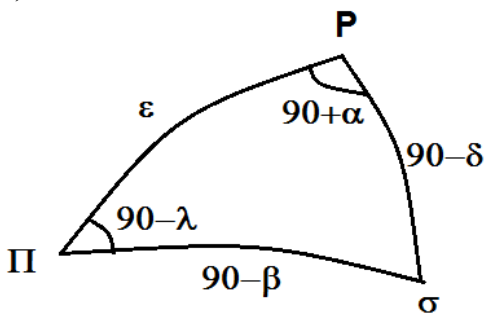
$$\alpha = (302,1019 \times 10^{-7})^0;$$

$$\alpha = (302,1019 \times 10^{-7} \times 60 \times 60)'' = 0,11''$$

Subiectul II (15 puncte)

II.1. Steaua β Gem (Pollux) (7 puncte)

Barem	Punctaj
a) Din triunghiul de poziție al astrului, se obține: $\cos(90 - \delta) = \cos(90 - h) \cos(90 - \varphi) + \sin(90 - h) \sin(90 - \varphi) \cos(180 - A)$ $\sin \delta = \sin h \sin \varphi - \cos h \cos \varphi \cos A$ $\cos A = \frac{\sin h \sin \varphi - \sin \delta}{\cos h \cos \varphi}$	0,5p 0,5p 0,5p

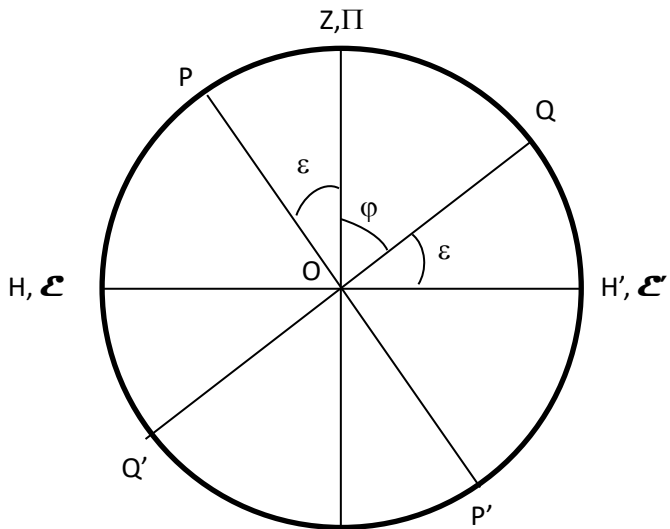
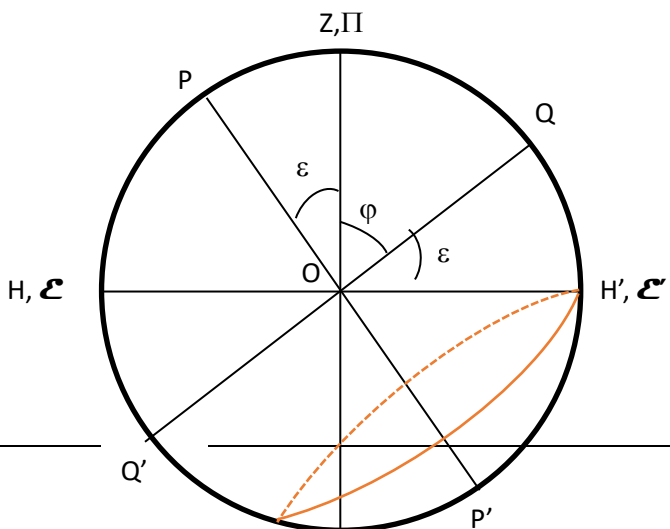
$dar, h = 0$ $\cos A = -\frac{\sin \delta}{\sin \varphi}$ $\cos A = -0,663$ $A = 228^{\circ}28'36''$ măsurat față de punctul cardinal Sud sau $A = 48^{\circ}28'36''$ față de punctul cardinal Nord	0,5p 0,5p 0,5p 1p
b)  Latitudinea ecliptică β nu se modifică Între noile coordonate ecliptice și cele ecuatoriale avem relația: $\sin \delta' = \cos \varepsilon \sin \beta + \sin \varepsilon \sin \beta \sin \lambda'$ Pentru ca răsăritul să aibă loc la punctul cardinal Vest, trebuie ca declinația stelei să fie nulă: $\delta' = 0$ $\sin \lambda' = -\frac{tg \beta}{tg \varepsilon}$ $\sin \lambda' = -0,270$ Prima soluție este: $\lambda' = 195^{\circ}41'30''$ $\Delta \lambda = 82^{\circ}9'19''$ $\Delta t = \frac{\Delta \lambda}{360^{\circ}} T_p$ $\Delta t = 5881 ani$ Fenomenul va fi observat în anul 7904.	0,5p 0,5p 0,5p 0,5p 0,5p 0,5p
Total	7p

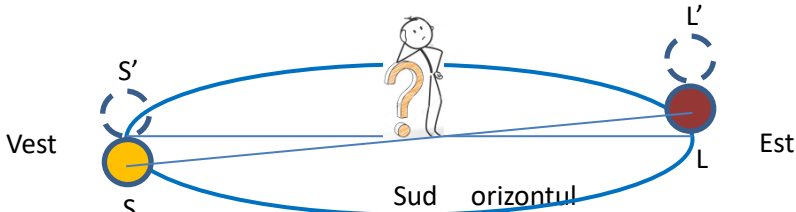
II.2 Un sistem stea-exoplanetă (8 puncte)

Rezolvare	Punctaj
a) $\frac{L}{L_S} = \left(\frac{M}{M_S}\right)^{3,8}$ M-masa stelei $L = 0,0153L_S$	0,5p 0,5p
b) $\frac{M}{M_S} = -2,5lg \frac{L}{L_S}$ $M = 21,91$ Steaua aflându-se la o distanță de 10 pc va avea o magnitudine aparentă tot de 21,91. $\frac{L}{L_S} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R_S^2 \sigma T_S^2}$ $T = \sqrt[4]{\frac{L}{L_S} \sqrt{\frac{R_S}{R}}} \cdot T_S$ $T = 3519 K$	0,5p 0,5p 0,5p 0,5p
c) Adâncimea tranzitului este $\delta = \left(\frac{R_{planetă}}{R_{stea}}\right)^2$ $\delta = 0,00463$	1p 1p
d) Variația magnitudinii aparente pe durata tranzitului va fi $\Delta m = -2,5lg \frac{1-\delta}{1}$ $\Delta m = 0,005$ $\Delta m \cong 2,5lg \left(\frac{S+N}{S}\right) = 2,5 \cdot 0,434 \ln(1+N/S) \cong 1,0857 \frac{1}{S/N}$ $S/N = 217$	0,5p 0,5p 1p 1p
Total	8p

Subiectul III (25 puncte)

III.1 Eclipse și apusuri de Soare (7 puncte)

Barem	Punctaj
a) Eclipsa se produce la solstițiul de iarnă, Soarele este în constelația Sagittarius. b) Pentru ca ecliptica să se suprapună cu orizontul (în desen, planul HH' se suprapune cu planul $\varepsilon\varepsilon'$), avem nevoie de următoarea relație între unghiuri:  $\varepsilon + \varphi = 90^\circ$ $\varphi = 90^\circ - \varepsilon = 90^\circ - 23^\circ 27' = 66^\circ 33'$ Observatorul din emisfera nordică se poate afla în orice punct de pe Cercul Polar de Nord.	1p 0,25p 0,25p 0,5p
c) În momentul solstițiului de iarnă, declinația Soarelui este de $-23^\circ 27'$. Paralelul diurn al Soarelui este desenat cu portocaliu în figură. În acea zi, Soarele atinge orizontul observatorului într-un singur punct, exact în punctul cardinal Sud (în desen, punctul H'). 	0,25p

Din moment ce punctul de pe ecliptică corespunzător Solstițiului de iarnă este la culminația superioară, aceasta se produce la Sud și îi corespunde un unghi orar $H_{\text{Solstițiul de iarnă}} = 0$. Eclipsa are loc la amiază. Coordonatele orizontale ale Soarelui în punctul cardinal Sud sunt $A = 0$ și $h = 0$.	0,25p 0,5p
d) Ecliptica se suprapune cu orizontul o data la 24h siderale, mereu când punctul corespunzător solstițiului de iarnă trece la meridian și culminează superior. Deoarece $\alpha_{\text{Solstițiul de iarnă}} = 18h$ și $H_{\text{Solstițiul de iarnă}} = 0$ rezultă că ecliptica se suprapune cu orizontul la momentul sideral $s = 18h$ în fiecare zi. Timpul solar sau timpul legal la care se produce această suprapunere dintre ecliptică și orizont variază în fiecare zi. Fenomenul are loc de 366 de ori într-un an deoarece ziua siderală este mai scurtă față de ziua solară medie.	0,25p 0,25p 0,5p
e) Fenomenul se numește selenelion și este posibil deoarece refracția astronomică la orizont este de aproximativ $35'$ de arc, mai mare ca diametrele unghiulare ale Lunii și ale Soarelui. În realitate, observatorul poate vedea un arc de $181^{\circ}10'$ ceea ce îi permite să vadă parțial Luna și Soarele, deși ele sunt diametral opuse Pământului. Pe figură s-a notat cu S – Soarele, cu S' – imaginea Soarelui văzută de observator și ridicată de refracție, L – Luna, L' – imaginea Lunii, văzută de observator și ridicată de refracție. 	0,5p explicație 0,5p desen
f) Din triunghiul de poziție al Soarelui la apus se obține: $\sin \delta = -\cos \varphi \cdot \sin z \cdot \cos A$ $\delta = -23^{\circ}27'; \varphi = 0; z = 90^{\circ}$ $A = 66^{\circ}33' = 4^h26^m12^s$ $\Delta t = \frac{2\rho_{\odot}}{\omega_{\odot}}$ $\Delta t \approx 2 \text{ minute}$	0,25p 0,25p 0,5p 0,5p 0,5p
Total	7p

III.2 Concentrația stelelor în vecinătatea Sistemului Solar (10 puncte)

Barem		Punctaj
a)	(1) $m - M = 5 \lg(r) - 5$ $r = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$	0,25p
	(2) $r = C \cdot 10^{0,2m}$ unde $C = \text{const.}$	0,25p
	$N = n \cdot \frac{4 \cdot \pi r^3}{3}$	0,25p
	$N = C_1 \cdot 10^{0,6m}$ - numărul de stele din volumul sferic de rază r , unde C_1 este o altă constantă	0,25p
	(3) $N = 0,839 \cdot 10^{0,6m}$ $N_{1000 \text{ pc}} = 5,86 \cdot 10^8 \text{ stele}$	0,75p 0,25p
b)	$\frac{N_{m+1}}{N_m} = \frac{C_1 \cdot 10^{0,6(m+1)}}{C_1 \cdot 10^{0,6 \cdot m}} = 10^{0,6} = 3,98 \cong 4$	1p
c)	Din (2) se obține	
	(4) $r' = C \cdot 10^{0,2(m+A)}$	1p
	(steaua de magnitudine m se va vedea ca o stea de magnitudine $m+A$). Împărțind relațiile (2) și (4) se obține $r' = r \cdot 10^{0,2 \cdot A}$ unde $A = 1,5$ (extincția exprimată în magnitudini) r' - distanța calculată pentru steaua de magnitudine m cu extincție $r' \cong 2r$	0,5p
	Dacă nu ținem cont de extincție, același număr de stele, până la magnitudinea aparentă m , l-am considera într-un volum de opt ori mai mare față de volumul real ocupat de stele. Am găsi astfel o concentrație a stelelor de opt ori mai mică față de concentrația reală.	0,25p 0,25p
d)	$m - M = 5 \lg(r) - 5 + A(r)$	0,5p
	$A(r)$ - este extincția în magnitudini la distanța r	
	$A(r) = 0,0015 \cdot r \text{ (pc)}$	0,5p
	$m - M = 5 \lg(r) - 5 + 0,0015 \cdot r \text{ (pc)}$ <i>Se rezolvă prin metoda iterațiilor și se obține $r = 17,65 \text{ pc}$.</i>	0,5p 0,5p
e)	Extincția produce o creștere a valorii numerice a magnitudinii stelelor (sau o scădere a strălucirii).	
	$E(r) = E_0(r) \cdot e^{-\tau}$	0,25p
	unde, τ - adâncimea optică	
	$E_0(r)$ - strălucirea stelei aflată la distanța r , neafectată de extincție $E(r)$ - strălucirea stelei aflată la distanța r , cu extincție $\tau = \alpha \cdot r$ α - opacitatea mediului interstelar	0,25p

Extincția exprimată în magnitudini este:	
$A(r) = -2,5 \cdot \lg \frac{E(r)}{E_0} = -2,5 \cdot \lg(e^{-\tau}) = -2,5 \cdot \lg(e^{-\alpha r}) = 1,086 \cdot \alpha \cdot r$	0,25p
$\alpha = \frac{1,5}{1,086 \cdot 1000 \text{ pc}} = 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ pc}^{-1}$	0,25p
Considerăm un volum cilindric de arie a bazei S și lungime r. Din cauza particulelor de praf, strălucirea stelei aflată la distanța r va fi diminuată proporțional cu acoperirea suprafeței de arie S de către particulele de diametru d.	
$E(r) = E_0(r) \cdot \frac{S - N \cdot \sigma}{S}$	0,25p
unde, N - este numărul de particule	
σ - secțiunea transversală a unei particule de diametru d	
$\sigma = \frac{\pi d^2}{4}$	0,25p
În realitate, secțiunea transversală optică diferă de secțiunea transversală geometrică a particulei, variind cu lungimea de undă a radiației. Cum nu avem alte informații, considerăm egale cele două secțiuni.	
$E_0(r)$ – strălucirea stelei de magnitudine absolută M la distanța r, în lipsa extincției.	
$E(r)$ – strălucirea stelei de magnitudine absolută M la distanța r, în prezența extincției.	
Extincția la distanța r va fi:	
$A = -2,5 \cdot \lg \frac{S - N \cdot \sigma}{S}$	0,25p
$A = -2,5 \cdot \lg \left(1 - \frac{n_p \cdot S \cdot r \cdot \sigma}{S} \right) \cong 2,5 \cdot \lg(e) \cdot \ln(n_p \cdot r \cdot \sigma) = 1,086 \cdot \ln(n_p \cdot r \cdot \sigma)$	0,25p
Aici, n_p este concentrația de particule.	
Știm ca extincția este de 1,5 mag/kpc = 0,0015 mag/pc.	
Înlocuind mai sus se obține: $n_p = 1,34 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-3}$.	0,25p
Masa unei paricule este: $m_p = \rho \cdot \frac{\pi d^2}{4}$	0,25p
$V = \frac{M_S}{m_p \cdot n}$	0,25p
$V = 5,16 \cdot 10^{45} \text{ m}^3 = 1,76 \cdot 10^{-4} \text{ pc}^3$	0,25p
Total	10p

III.3 Asteroidul 2023 DZ2 (8 puncte)

Rezolvare	Punctaj
a) $\frac{E_{Luna}}{E_{ast}} = \frac{\frac{I \pi R_L^2 A_L}{a_L^2}}{\frac{I \pi R_{ast}^2 A_{ast}}{\frac{a_L^2}{4}}}$ $\frac{E_{Luna}}{E_{ast}} = \frac{1}{4} \left(\frac{R_L}{R_{ast}} \right)^2$ $m_L - m_{ast} = -2,5 \cdot \lg \left(\frac{E_{Luna}}{E_{ast}} \right)$ $m_{ast} = 10.$ Se face corectia de extincție $\cos(z) = \frac{1}{X}$ Unde X este masa atmosferei la distanța zenitală z. Se obține X = 2. $\Delta m = 0,3 \cdot 2 = 0,6$. Magnitudinea asteroidului corectată de extincție este $m = 10,6$.	0,25p 0,25p 0,25p 0,5p 0,25p 0,5p
b) Dimensiunea imaginii va fi dată de diametrul discului Airy. $\theta_{Airy} = \frac{2,44 \cdot 206265 \cdot \lambda}{D}$ $\theta_{Airy} = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 1,1''$ Care corespunde pe senzor unei distanțe $x = f \cdot \theta_{Airy}$ $x = 5,77 \mu\text{m} \cong 1 \text{ pixel}$ Seeingul atmosferic va întinde imaginea asteroidului pe 2'' micșorând raportul S/N. Înseamnă că imaginea asteroidului va avea dimensiunea de 2x2 pixeli, adică se va forma practic pe 4 pixeli. Stelele ar trebui, teoretic, să aibă toate aceeași dimensiune pe senzorul CCD, dată de diametrul discului Airy. În realitate, la stele mai puțin luminoase vom vedea doar partea centrală a primului maxim de difracție, din cauza sensibilității senzorului și/sau din cauza semnalului care vine de la cer, astfel că imaginea va apărea mai mică față de discul Airy.	0,25p 0,25p 0,5p 0,5p
c) Scala pixelului va fi $P = \frac{206265 \cdot \mu(\mu\text{m})}{1000 \cdot f(\text{mm})}$ $P = 0,928 \text{ ''/pixel}$	0,5p

Deoarece CCD-ul are 3354 x 2529 pixeli, FOV-ul telescopului va fi de $0,865^\circ \times 0,598^\circ$ și va avea o diagonală $d(^{\circ}) = \sqrt{0,865^2 + 0,598^2} = 1,05^\circ = 3786''$. $\Delta t = \frac{d}{\omega} = 63,1 \text{ s}$ imaginea asteroidului deplasându-se pe diagonala senzorului CCD, rotit corespunzător față de tubul optic. $v_t = \omega_{ast} \cdot \frac{a_L}{2}$ $v_t = 5,59 \text{ km/s}$ – viteza tangențială a asteroidului.	0,5p 0,5p 0,5p
d) $\frac{S}{N} = \frac{N_{ADU} \cdot g}{\sqrt{N_{ADU} \cdot g + n_{pix}(N_{ADU \text{ cer}} \cdot g + N_{ADU \text{ dark}} \cdot g + R^2)}} - \text{ecuația CCD (1)}$ $n_{pix} \cdot N_{ADU} \cdot g$ - este semnalul util de la sursă (asteroid) exprimat în electroni g – câștigul camerei CCD $g = \frac{FWC}{2^{16}} = \frac{26000 \text{ electroni}}{65536 \text{ nivele}} = 0,397 \text{ e}^- / ADU$ n_{pix} – numărul de pixeli pe care se formează imaginea $n_{pix} = 4$ $n_{pix} \cdot N_{ADU \text{ cer}} \cdot g$ - este semnalul care provine de la cer, exprimat în electroni $n_{pix} \cdot N_{ADU \text{ dark}} \cdot g$ - este semnalul datorat curentului de întuneric, exprimat în electroni $N_{ADU \text{ dark}} \cdot g = (0,1 \text{ e}^- / \text{s} / 0,397) \times 20 \text{ s} \times 0,397 = 2 \text{ e}^- / \text{pixel}$ pentru 20s de expunere R – zgomotul de citire al camerei Înlocuind în ecuația CCD se obține $S/N = 6,4$. $\Delta m = 2,5 \lg\left(\frac{S+N}{S}\right) = 2,5 \lg\left(1 + \frac{N}{S}\right) \quad (2)$ $\Delta m = 0,16$ eroarea absolută în măsurarea magnitudinii aparente.	0,5p 0,5p 0,5p
e) $\Delta m' = 0,08$ Atunci din (2) se obține $(S/N)' = 13,07$ Din (1) și ținând cont că doar zgomotul de citire nu depinde de timp, celelalte semnale fiind direct proporționale cu timpul se obține $\Delta t' \cong 36 \text{ s}$	0,5p
Total	8p