

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
18 februarie 2018
CLASA a VIII-a

1. (7p) Dacă $x \in [-2; +\infty)$ și $y \in [-2; +\infty)$, atunci numărul $xy + 2x + 2y \in [-4; +\infty)$.
2. (3p) a) Arătați că $\frac{1}{2\sqrt{a}} < \sqrt{a} - \sqrt{a-1}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{N}^*$.
(4p) b) Arătați că numărul $S < 45$, unde $S = \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{8072}}$.
3. (7p) Fie punctele A, B, C, D necoplanare astfel încât $AD = BD = CD$. Fie M, N, P mijloacele segmentelor $[AB], [BC], [AC]$. Știind că $DM \perp DP$, arătați că $DN \perp (DMP)$.
4. (7p) Fie $ABCD A' B' C' D'$ o prismă patrulateră regulată cu $AA' = 4\sqrt{2}$ cm. Dacă punctul O este centrul bazei $ABCD$, punctul M este mijlocul muchiei $[DD']$ și $m(\sphericalangle(OM; AC')) = 60^\circ$, să se afle distanța de la punctul M la dreapta BC' .

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 3 ore.