

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
9 FEBRUARIE 2013

CLASA a V-a
Bareme

Subiectul 1.

- a) Aflarea numerelor $a=2013, b=5$ și $c=401$ (5p) (2+2+1)
b) Verificare (1p)
c) Justificarea falsității relației ($r < 5$) + aflarea restului adevărat ($r=3$) (1p)

Subiectul 2.

- Găsirea relației de recurență $x_n = 4n + 1, n \geq 0$ (2p)
a) Aflarea ordinului termenului 2013 ($n=504$) (1p)
b) Aflarea termenului $x_{2013} = 4 \cdot 2012 + 1 = 8048$ (1p)
c) $U(x_n) = 1, 5, 9, 3$ sau 7 (1p)
Din cei 6 termeni ai șirului cel puțin doi au aceeași ultima cifră (1p)
Cei doi termeni cu aceeași cifră au diferența cu ultima cifră 0, deci divizibilă cu 10 ... (1p).

Subiectul 3.

- Scrierea în baza 10, $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 111(a + b + c)$ (1p)
 $M_a = [111(a + b + c)] : 3 = 37(a + b + c)$ (1p)
Scrierea în baza 10, $\overline{aab} + \overline{bba} = 111(a + b)$ (1p)
 $M_a = 111(a + b) : 2$ (1p)
 $[111(a + b)] : 2 = 37 \cdot (a + b + c) \Leftrightarrow 2 \cdot 37 \cdot (a + b + c) = 111(a + b) \Leftrightarrow a + b = 2c$ (1p)
 $c = 5$ (pentru că $c=0$ nu permite existența numărului $\overline{cab}$), deci $a+b=10$ (1p)
Găsirea tuturor perechilor (a,b) și a numerelor 195, 285, 375, 465, 645, 735, 825, 915 (1p)

Subiectul 4.

Notez cu x vârsta fiicei mici, cu m vârsta mamei și cu t vârsta tatălui.

Vârstele celorlalte două fiice vor fi $x + 2$, respectiv $x + 4$ (1p)

Din relațiile: $t + m + x + (x + 2) + (x + 4) = 88$ (1p)

$x + (x + 2) + (x + 4) = m - 10$ și (1p)

$t = m + x$ (1p)

obținem că $x = 5$, adică:

fetele au 5, 7, respectiv 9 ani

mama are 31 de ani

tatăl are 36 de ani. (3p)