

Olimpiada Națională de Matematică -etapa locală
15 februarie 2015-PITEȘTI
Clasa a XI-a

SUBIECTE:

Subiectul 1. Fie matricile $A, B, C, D \in M_n(\mathbb{C})$ a.î. $A^3 = -BCD$, $B^3 = -CDA$, $C^3 = -DAB$, $D^3 = -ABC$

a) Să se arate că $A^4 = B^4 = C^4 = D^4$

b) Să se dea un exemplu de matrici A, B, C, D care verifică simultan condițiile din ipoteză

Subiectul 2. Să se arate că dacă șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ verifică relația :

$(n+2)x_{n+2} - (n+3)x_{n+1} + x_n = 0$, $\forall n \geq 0$, atunci el este convergent și calculați limita lui.

Subiectul 3. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = a.A^3 + x.A^2 + (a-x).A$

Să se arate că $a \cdot \det B \geq 0$, $\forall a, x \in \mathbb{R}$

Subiectul 4. Fie A o matrice de ordinul doi cu elemente reale și A^t matricea transpusă. Știind

că $\det(A + A^t) = 8$ și $\det(A + 2A^t) = 27$. Să se calculeze $\det A$

G.M. nr 11 / 2014

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 3 ore.