

MATEMATIKA OLIMPIÁSZ

KÖRZETI SZAKASZ

2018. január 27.

X. OSZTÁLY

- 1.) Egy $ABCDE$ konvex ötszögben legyenek az M, N, P, Q, R és S pontok a $(BC), (CD), (DE), (EA), (MP)$ és (NQ) szakaszok felezőpontjai.

Igazold, hogy $RS \parallel AB$.

- 2.) Oldd meg a valós számok halmazán az $\left[\sqrt{x+1} \right] + \left[\sqrt{2-x} \right] = \left[2 - \ln x \right]$ egyenletet,

ahol $[a]$ az a valós szám egészrészét jelöli!

- 3.) Legyenek $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ úgy, hogy $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ és $z_1 + z_2 + z_3 = 1$.

a) Mutasd ki, hogy $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} = 1$.

b) Határozd meg a z_1, z_2, z_3 számokat, ha $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = 1$.

- 4.) Oldd meg a $\log_x(x+1) = \log_{2017} 2018$ egyenletet!

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.