

**Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etapa pe centru – 24.02.2017**

**Filieră tehnologică: profil servicii, resurse naturale și protecția mediului
Clasa a XI-a**

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	Ecuția devine $1 - 2x + x^2 = 0$ Soluția este $x = 1$	2p 1p
b)	Se calculează $A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1+2(x+y) & 0 & 4(x+y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -(x+y) & 0 & 1-2(x+y) \end{pmatrix} = A(x+y)$	3p
c)	$A\left(\frac{1}{1 \cdot 2}\right) \cdot A\left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right) \cdot \dots \cdot A\left(\frac{1}{2016 \cdot 2017}\right) = A\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2016 \cdot 2017}\right)$ $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) = \frac{n}{n+1}$ $P = A\left(\frac{2016}{2017}\right)$	1p 1p 1p

SUBIECTUL al II -lea

a)	$A_0(-1; 0) A_1(0; 2) A_2(3; 6)$ Aria triunghiului $A_0A_1A_2$ este egală cu 1	1p 1p
b)	Aria($A_0A_1A_n$) = 2 conduce la ecuația $ -n^2 + n = 2$ Soluțiile sunt -1 și 2 , dar convine doar $n = 2$	1p 2p
c)	Condiția de coliniaritate este $\begin{vmatrix} n^2-1 & 2n & 1 \\ m^2-1 & 2m & 1 \\ p^2-1 & 2p & 1 \end{vmatrix} = 0$ Se obține $2(m - n)(p - n)(m - p) = 0 \Rightarrow$ $m = n$ sau $p = n$ sau $m = p$	1p 2p 1p

SUBIECTUL al III -lea

a)	Se amplifică fracția cu expresia conjugată a numărătorului Se simplifică fracția cu $x - 1$	1p 1p
----	--	------------------

	Se obține limita egală cu $-\frac{1}{3}$	1p
b)	$b = -a$; se obține $\lim_{x \rightarrow \infty} a (\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + x + 1})$ Se amplifică cu expresia conjugată, se dă factor comun forțat x la numitor și se face simplificarea Limita cerută este egală cu $-a$	1p
c)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 + x + 5)}{\ln(x^8 - x + 3)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x^2 (1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})}{\ln x^8 (1 - \frac{1}{x^7} + \frac{3}{x^8})} =$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x^2 + \ln(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})}{\ln x^8 + \ln(1 - \frac{1}{x^7} + \frac{3}{x^8})} =$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \ln x}{8 \ln x} = \frac{1}{4}$	2p 1p

SUBIECTUL al IV –lea

a)	Din condiția existenței limitei în 0 se obține ecuația $\frac{a+1}{a^2} = 2$ Soluțiile sunt $a_1 = 1$ și $a_2 = -\frac{1}{2}$ Din condiția existenței limitei în e se obține ecuația $be^2 + 3 = \ln 2 + 2$, cu soluția $b = \frac{\ln 2 - 1}{e^2}$	1p 1p 1p 1p
b)	$b = -1 \Rightarrow f(x) = -x + 3$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$, deci nu există asimptotă orizontală la ramura ∞ $m = -1$ și $n = 3$ Ecuația asimptotei oblice la $+\infty$ este $y = -x + 3$	2p 2p 1p

Notă:

- Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.