



Olimpiada națională de matematică
etapa locală, 11.02.2023
Clasa a VIII-a

Problema 1.

Zeigt, dass für jede ganze Zahl n , die Zahl $n^5 - 16n$ eine Vielfache der Zahl 15 ist.

Problema 2.

Es seien x und y zwei reelle Zahlen, so dass $x + 1 = 4y$.

- a) Beweist dass wenn $x \in [-1, 3]$, dann $y \in [0, 1]$.
- b) Zeigt, dass wenn $x \in [-1, 3]$, dann

$$\sqrt{x^2 + 2x + y^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + y^2 - 2y + 10} = \sqrt{17}$$

Problema 3.

In die Ecken des Rechtecks $ABCD$ konstruiert man die Geraden AA' , BB' , CC' und DD' , die senkrecht auf die Ebene des Rechteks sind. Die Punkten A' , B' , C' und D' sind auf die gleiche Seite der Ebene des Rechteks, so dass $AA' = DD'$, $BB' = CC'$ und $BB' = 2AA'$.

- a) Beweist dass die Punkten A' , B' , C' și D' die Ecken eines Rechteks sind.
- b) Wenn M die Schnittpunkt der Geraden AB und $A'B'$ ist, aber N die Schnittpunkt der Geraden CD und $C'D'$ ist, bestimmt die Schnitt der Ebenen $(BB'N)$, $(CC'M)$ und $(AA'D')$.

Problema 4.

Es seien der Punkt A außerhalb der Ebene des gleichseitiges Dreiecks BCD mit der Seite 4 cm, so dass $AB = AC = AD = \sqrt{6}$ cm.

- a) Wenn M Mitte der Strecke CD ist, bestimmt das Verhältnis der Flächeninhalt des Dreiecks und Flächeninhalt des Dreiecks ABM .
- b) Bestimmt die Lage des Punktes P , die auf die Strecke CD ist, so dass die Flächeninhalt des Dreiecks ABP minimal sei.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.

Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

SUCCES!