



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța 21.02.2016

Clasa a IX -a

SUBIECTUL 1

Rezolvați în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația : $[x] + [x^2] = 2$, (unde $[x]$ este partea întreagă a lui x)

(prelucrare GMB)

SUBIECTUL 2

a) Să se arate că $a^2 - a \geq -\frac{1}{4}, \forall a \in \mathbb{R}$

b) Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi, ecuația : $4^x - 2^x = 6x$

prof. Gabriela Constantinescu

SUBIECTUL 3

Fie $x, y, z \in \mathbb{R}$ cu $x^4 + y^4 + z^4 \leq 48$.

a) Demonstrați că $x^2 + y^2 + z^2 \leq 12$

b) Demonstrați că $\frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2+z^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+z^2+x^2}} \geq 1$. În ce caz avem egalitatea ?

prof. Cătălin Zîrnă

SUBIECTUL 4

Fie patrulaterul convex ABCD și punctele M, N, P, Q respectiv laturile $[AB], [BC], [CD]$ și $[DA]$ astfel încât $\frac{AM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{CP}{CD} = \frac{DQ}{DA} = k, k > 0, k \neq \frac{1}{2}$. Atunci MNPQ paralelogram $\Leftrightarrow$ ABCD paralelogram.

prof. Dorin Arventiev

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu