



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ- 22 februarie 2015

Clasa a X – a

SUBIECTUL I (7 p)

- a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația: $(3 + 2\sqrt{2})^x \leq 6 \cdot (\sqrt{2} + 1)^x - 1$.
- b) Să se rezolve ecuația $\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} = \sqrt[10]{x + 1023}$, $x \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL III (7 p)

Să se arate că:

- a) $\log_{a+1} a < \log_{a+2} (a + 1)$, pentru orice $a > 0$.
- b) $\log_5 4 \cdot \log_7 6 \cdot \dots \cdot \log_{81} 80 > \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL II (7 p)

Fie A, B, C puncte distincte în plan, de afixe a,b,c.

Să se arate că, dacă $|2 \cdot a - b - c| = |b - c|$ atunci triunghiul este dreptunghic.

SUBIECTUL IV (7 p)

- a) Fie $\varepsilon = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ și $z \in \mathbb{C}$. Demonstrați că $(z - 1)^2 + (z - \varepsilon)^2 + (z - \bar{\varepsilon})^2 = 3z^2$.
- b) Dacă ABC este un triunghi echilateral de centru O și M este un punct în planul (ABC), deduceți inegalitatea: $MA^2 + MB^2 + MC^2 \geq 3 \cdot MO^2$.

NOTĂ: Timp de lucru 3 ore